

9

Diseño y análisis de vigas híbridas de *PFRP* y hormigón

Catalin Andrei Neagoe

Resumen Las tres últimas décadas han traído consigo un aumento significativo de proyectos en los que los perfiles pultrusionados de plástico reforzados con fibra (*pultruded fiber reinforced polymer* o *PFRP*) han sido utilizados en lugar de los elementos estructurales clásicos. Sin embargo, debido a la naturaleza frágil del material compuesto y a su alto coste, los ingenieros han empezado a buscar otras soluciones. Una de las nuevas alternativas es el elemento híbrido que combina las excelentes propiedades de los *FRP* con el bajo costo y la confiabilidad de los materiales tradicionales como el hormigón. En este capítulo se presenta una introducción sobre este tema, acompañado de una campaña experimental en la que se estudia el comportamiento a la flexión y cizalladura de vigas híbridas de *PFRP* y hormigón armado. Además de los resultados experimentales reportados, se proporciona un procedimiento analítico para el diseño de vigas híbridas.

9.1. Introducción

En aplicaciones donde se requiere una alta resistencia a la corrosión o al ataque químico, y donde el peso de la estructura juega un papel importante en el diseño, los perfiles pultrusionados de plástico reforzados con fibra (*pultruded fiber reinforced polymer* o *PFRP*) son a menudo la solución estructural elegida. Los perfiles pultrusionados se han utilizado en los últimos 30 años en un importante número de estructuras, incluyendo: puentes peatonales, carreteras, construcción de edificios, estructuras de escaleras, torres de enfriamiento, plataformas marinas, muelles y plantas de tratamiento de aguas, entre muchas otras estructuras. También

Catalin Andrei Neagoe

Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria
Universitat Politècnica de Catalunya - BarcelonaTech, Colon 11, TR45, Terrassa, 08222 Barcelona, España
Technical University of Civil Engineering Bucarest, Rumanía
e-mail: catalin.andrei.neagoe@upc.edu

DOI: [10.3926/oms.207](https://doi.org/10.3926/oms.207) • Omnia Publisher, 2014

se han empleado en aplicaciones no estructurales, para servir por ejemplo como barandillas, paneles, revestimientos, sistemas de contención, cubiertas, rejillas, tabloneros, etcétera.

La eficiencia y la versatilidad de este nuevo material de construcción son el resultado de sus excepcionales propiedades físicas, químicas y mecánicas. Además de las características de alta resistencia y ligereza, los fabricantes de compuestos [15, 33] hacen hincapié en el hecho de que las estructuras construidas con perfiles *PFRP* son más duraderas, prácticamente no requieren mantenimiento y pueden ser construidas de una manera sencilla, rápida y sin hacer uso de andamios añadidos. A pesar de su gran potencial, los perfiles *PFRP* también presentan algunas desventajas en comparación con sus homólogos de acero, como son: una rigidez relativamente baja¹, un comportamiento frágil y una tecnología de conexión parcialmente desarrollada. Por otra parte, la falta de códigos y guías de diseño, así como los altos costos iniciales de algunos de estos materiales avanzados, impiden a día de hoy un uso generalizado de los perfiles *PFRP* en el diseño en la ingeniería civil. Con el objetivo de resolver varios de estos problemas, los investigadores han propuesto en los últimos años la introducción de nuevos elementos híbridos [6, 10, 22, 28] que combinan las ventajas de los perfiles *PFRP* con las de los materiales tradicionales, a fin de crear elementos estructurales con mejores prestaciones.

En el presente capítulo se discute sobre las aplicaciones, el rendimiento estructural y el diseño de vigas híbridas de *PFRP* y hormigón armado para nuevas estructuras. En primer lugar se presenta un breve estado de la técnica en el que se describen las propiedades y aplicaciones de los perfiles de *PFRP*. A continuación se resume la campaña de trabajo experimental desarrollada por el grupo de investigación CER-LITEM BarcelonaTech [25], en la que se estudia el comportamiento a la flexión y cizalladura de vigas híbridas de hormigón armado y *GFRP*. En la tercera sección se describe un procedimiento analítico propuesto para la evaluación del comportamiento estructural a corto plazo de las vigas híbridas. Por último, se presentan las conclusiones generales sobre la viabilidad de las estructuras híbridas y se proponen unas líneas futuras de investigación.

9.2. Estado de la técnica

En una primera etapa, el uso del *FRP* se centró principalmente en proyectos de rehabilitación como consecuencia de los altos costos y la falta de experiencia en el diseño. La rehabilitación incluye la reparación, la consolidación y el refuerzo sísmico. La temática es todavía objeto de estudio por numerosos investigadores debido a las ventajas de la utilización de materiales compuestos en comparación con otros métodos de refuerzo convencionales [24]. Sin embargo, en los últimos años, los investigadores han propuesto formar nuevas estructuras enteramente de *FRP*, o nuevas estructuras híbridas con la combinación de *FRP* y otros materiales, tales como hormigón, metal o madera. Para ilustrar mejor la diversidad de aplicaciones de los *FRP* en la ingeniería civil, la Figura 9.1 presenta las posibilidades de utilización en un diagrama de árbol.

¹Para el caso del *GFRP* (*Glass Fibre Reinforced Polymer*).

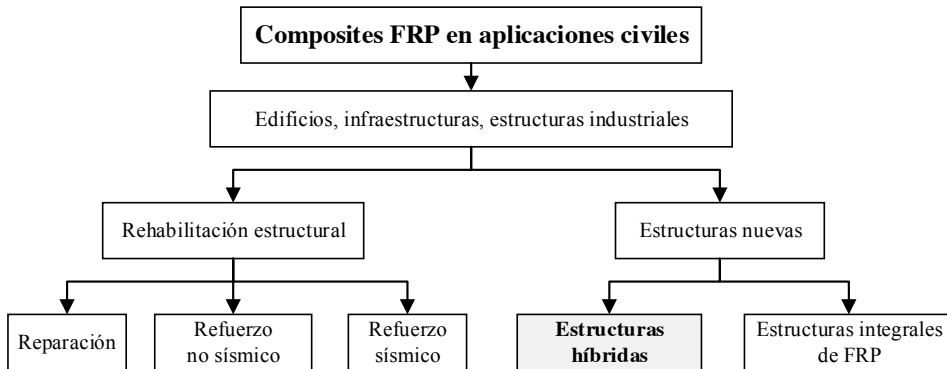


Figura 9.1: El FRP y su aplicación en la ingeniería civil.

Dado que el elemento clave en las vigas híbridas de hormigón armado y *PFRP* es el perfil de pultrusión, se presenta a continuación una breve introducción sobre esta tipología de perfiles.

9.2.1. Perfiles estructurales de *PFRP*

Los perfiles de *FRP* se fabrican mediante un proceso denominado extrusión por estirado, que es básicamente una tecnología de fabricación continua y muy rentable para la producción de elementos de sección transversal constante. La técnica de pultrusión comenzó en la década de 1950 en los EE.UU., y hasta finales de los años 70 sus productos se utilizaron principalmente en aplicaciones no estructurales. Los perfiles de pultrusión están hechos de fibra de refuerzo, normalmente fibras de vidrio (*GFRP*) o fibras de carbono (*CFRP*), y resinas termoestables, en general de poliéster, viniléster o epoxi. Una placa delgada del material compuesto se compone principalmente de mechas de fibras dispuestas en dirección longitudinal que sirven como refuerzo longitudinal, y esteras de filamento continuo que proporcionan resistencia a flexión y cizalladura en el perfil. En un perfil de pultrusión estándar la fracción de volumen de fibra de refuerzo es típicamente de entre 40 y 80%. Además de la resina base de polímero, los materiales de pultrusión contienen normalmente materiales de carga inorgánicos, catalizadores químicos, agentes de liberación, retardantes de ultravioleta y de fuego, pigmentos y velos superficiales [3]. Los perfiles de *GFRP* estándar que se comercializan actualmente tienen un coste aproximado de 2 a 10 €/kg. Los perfiles personalizados de *CFRP* de alto rendimiento tienen un coste notablemente mayor.

La mayoría de los perfiles comerciales fabricados para su uso en estructuras de edificios y puentes, han sido diseñados imitando las secciones transversales de perfiles metálicos de pared delgada, lo cual no es necesariamente beneficioso debido a la anisotropía del material compuesto. Los perfiles tienen geometrías comunes, tales como: I, H, ángulo, canal o tubo, como se muestra en la Figura 9.2. No obstante, a día de hoy no existe una estandarización ni un consenso entre los fabricantes en relación a la geometría y las propiedades físicas y mecánicas proporcionadas de los perfiles de pultrusión.

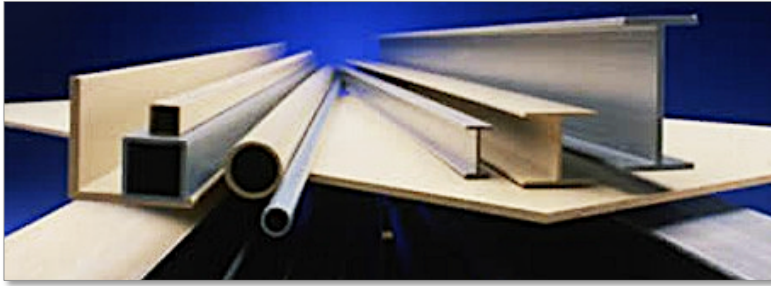


Figura 9.2: Secciones típicas de perfiles estructurales de *GFRP* (Strongwell EXTREN[®] *Structural Shapes*, por cortesía de Strongwell Corporation).

La normativa europea EN 13706 (2002) [7] es el único documento estandarizado que especifica las propiedades mínimas para diferentes calidades de materiales de pultrusión. En 2010 la asociación *ACMA* (*American Composites Manufacturers Association*) publicó un documento de pre-estandarización [1], en el que también se especifican las características físicas y mecánicas mínimas necesarias para las diferentes geometrías de los perfiles de *GFRP*. En la Tabla 9.1 se recogen las propiedades básicas longitudinales y transversales de perfiles comercializados de *GFRP*.

Propiedad	Dirección longitudinal	Dirección transversal
Resistencia a tracción (MPa)	200 - 500	50 - 80
Resistencia a compresión (MPa)	200 - 500	70 - 140
Resistencia a cortadura (MPa)		25 - 35
Módulo elástico (GPa)	20 - 40	5 - 10
Módulo a cortadura (GPa)		3 - 4
Coefficiente de Poisson	0,23 - 0,35	0,09 - 0,15

Tabla 9.1: Propiedades mecánicas de perfiles actuales de *GFRP* pultrusionados.

En lo que respecta al comportamiento estructural y en comparación con los tradicionales perfiles de acero, los perfiles de *GFRP* pultrusionados tienen un comportamiento de tensión-deformación elástico y lineal hasta alcanzar el fallo, una mayor resistencia axial, una menor resistencia a la flexión y un módulo de elasticidad relativamente bajo (aproximadamente entre un 15-20% respecto del módulo del acero). Las ventajas que presentan los materiales compuestos pultrusionados en comparación con los materiales tradicionales incluyen: bajo peso propio, alta resistencia a la fatiga y a la degradación ambiental, durabilidad a largo plazo, alta relación resistencia-peso, propiedades y geometría adaptables, aislamiento térmico, inmunidad electromagnética y bajos costes de mantenimiento. Sin embargo, el uso de estos materiales avanzados en el diseño de estructuras también presenta limitaciones como son [11]: un comportamiento frágil que contrasta con los requisitos actuales de ductilidad, el relativamente bajo módulo elástico del *GFRP* que hace que elementos estructurales exhiban una notable deformabilidad y una susceptibilidad al pandeo local o global, una baja resistencia al fuego, la carencia de códigos específicos de diseño y el requisito de considerar los elevados costes iniciales de este tipo de aplicaciones. Otro de los aspectos que carece de una solución

efectiva, es la eficiencia de los sistemas de conexión [30, 31, 34]. No obstante, en las dos últimas décadas se han llevado a cabo numerosos estudios analizando la mayoría de estas cuestiones.

9.2.2. Aplicaciones de perfiles *PFRP* en ingeniería civil

Las primeras grandes estructuras construidas con perfiles de *PFRP* se produjeron en la década de 1980. Fueron edificios de una planta con tejado a dos aguas para laboratorios de pruebas de interferencias electromagnéticas, o la construcción de revestimientos o sistemas "palo" para torres de enfriamiento. Las últimas dos décadas han sido testigo de una amplia introducción de los *PFRP* en proyectos de rehabilitación, en edificios, pisos, muelles y especialmente puentes. La industria del puente representa un gran mercado para los perfiles estructurales pultrusionados debido a los requisitos de diseño, durabilidad y peso ligero. En este sentido, entre los años 70 y 80, se diseñaron un reducido número de puentes peatonales y de carretera con cubiertas fabricadas con materiales compuestos. El siguiente hito llegó antes del cambio de siglo, cuando se comenzaron a construir puentes diseñados completamente con materiales compuestos o con elementos estructurales híbridos que combinan las ventajas de los materiales compuestos con las de los materiales tradicionales, con el objeto de reducir costes, aumentar la ductilidad, etc.

En la actualidad no hay códigos europeos o americanos para el diseño de estructuras de *PFRP* pero existen guías de diseño como por ejemplo: el *EUROCOMP Design Code and Handbook* (1996) y la guía Italiana CNR-DT 205/2007 en Europa o el *Structural Plastics Design Manual* (ASCE, 1984) y el *Pre-standard for LFRD of Pultruded FRP Structures* (ASCE, 2010) en EE.UU. [1, 2, 9, 23]. Además de las guías anteriormente mencionadas, en los últimos años una serie de empresas han elaborado sus propios manuales de diseño [12, 15, 33]. Por lo general, todos ellos especifican una filosofía de diseño: factores de seguridad parciales o factores de resistencia, las reglas y las ecuaciones para el diseño de los elementos estructurales en estructuras tipo pórtico y las uniones correspondientes. A lo largo de los años se han desarrollado y validado exhaustivamente ecuaciones analíticas para el cálculo de elementos estructurales convencionales, pero no se ha alcanzado un consenso sobre el uso de las formulaciones propuestas para el diseño de las conexiones, las cuales han sido desarrolladas a partir de una base empírica. Los coeficientes de seguridad utilizados en el diseño estructural son también susceptibles de ser modificados o ajustados después de la validación experimental.

(a) Estructuras íntegras de *FRP*

Una parte importante de las estructuras de *FRP* en servicio sirven como puentes peatonales. En este caso particular, la estructura principal está construida en su totalidad a partir de *PFRP*, mientras que las subestructuras (muelles y pilares) todavía están construidas a partir de materiales tradicionales. El primer puente peatonal de *FRP* construido en Europa fue un puente de 10 m de envergadura construido en Bulgaria, entre 1981 a 1982 [8]. Este puente fue construido con *GFRP* y una matriz de resina, fabricado por el método de apilado manual de capas. Fue seguido por el puente de la carretera Miyun en Beijing, China, a finales de 1982. Este puente tiene una envergadura de 20,7 metros y consta de seis vigas laminadas tipo

sándwich de fibra de vidrio y resina de poliéster. El puente de *FRP* más largo del mundo (63 metros) se construyó en Aberfeldy, Escocia, en 1992. La cubierta y las torres de la pasarela se construyeron mediante planchas de *PFRP* y los tirantes se fabricaron a partir de fibras de aramida.

Un ejemplo destacable de un puente construido en su totalidad con materiales compuestos, es una pasarela peatonal en Lleida, España (año 2001), que cubre una luz de 38 metros sobre las vías del tren de alta velocidad y la carretera que une Madrid con Barcelona (véase Figura 9.3). Los requisitos principales para el diseño fueron: un mínimo mantenimiento, una instalación rápida y sencilla, y que no hubiera interferencia electromagnética [32]. La estructura consta de un arco de doble función con una altura de 6 metros y una anchura de 3 metros. Todos los elementos estructurales se fabricaron con perfiles y conexiones de pultrusionados de *GFRP* y fueron ensamblados con tornillos de acero inoxidable o pegados directamente con adhesivos epoxi. El peso reducido del puente permitió una instalación rápida en menos de 3 horas.



Figura 9.3: Vista general de la pasarela construida con *PFRP* en Lleida, España (por cortesía de PEDELTA) [32].

Cuando se trata de edificios de *FRP*, uno de los mejores ejemplos que se encuentra en la literatura es el edificio de oficinas Eyecatcher, construido en 1999 en Suiza [21]. Sus elementos estructurales y no estructurales están fabricados íntegramente con *FRP*, todo un logro en ese momento en la tecnología de la construcción. El montaje de la estructura principal después de pasar por un taller de premontaje duró 3 días.

(b) Estructuras híbridas

A pesar del reciente predominio de las estructuras de *FRP* los ingenieros siguen mostrándose reacios a utilizar estas soluciones de diseño, principalmente debido a la fragilidad, la baja rigidez y el alto coste del *FRP*. En este sentido, los sistemas estructurales híbridos que combinan el *FRP* con materiales tradicionales, se han convertido recientemente en un foco importante para el uso de materiales compuestos en nuevas construcciones. La temática ha suscitado el interés de investigadores de universidades en Europa, EE.UU., China, Corea del Sur, Japón y Brasil.

En un reciente estudio que recopila las aplicaciones de los *FRP* en la ingeniería civil [18], el autor recomienda que para conseguir una implementación exitosa de los sistemas híbridos en nuevas estructuras, deben cumplirse los tres criterios siguientes:

- Costo efectividad en cuanto a la combinación más ventajosa de coste de vida útil y de alta calidad y rendimiento.
- El material debe ser utilizado idealmente en regiones solicitadas a tracción.
- La resistencia al fuego no debe ser crítica.

Un proyecto internacional desarrollado en 2003 dio lugar a la construcción de un puente de carretera en la región de Asturias (España) con una estructura híbrida (véase Figura 9.4). El puente atraviesa una carretera de cuatro carriles, tiene una longitud total de 46 metros con cuatro tramos continuos y está diseñado para soportar un tráfico de 60 toneladas. La estructura del puente está constituida por tres vigas tipo sándwich de fibra de carbono que soportan la cubierta de la carretera, construida con hormigón armado y asfalto [4]. Las vigas tipo sándwich tienen una sección trapezoidal hueca rellena de espuma de poliuretano y están fabricadas con fibras de carbono unidireccionales y bidireccionales pre-impregnadas con resina epoxi. La instalación de las vigas y el hormigonado de la cubierta se llevó a cabo en menos de dos días.



Figura 9.4: Estructura híbrida de un puente de carretera en Asturias, España (por cortesía de Acciona Infraestructuras) [4].

9.3. Estudios experimentales

Dado el actual e incipiente conocimiento de los elementos estructurales híbridos de hormigón y compuestos, el Laboratorio para la Innovación Tecnológica de Estructuras y Materiales (CER-LITEM) de la Universidad Politécnica de Cataluña - BarcelonaTech, ha llevado a cabo una campaña experimental con el objeto de estudiar el comportamiento estructural de vigas híbridas de hormigón con perfiles estructurales de *GFRP* pultrusionados.

En la primera parte de la campaña experimental se diseñaron y fabricaron tres vigas híbridas de pequeña escala, cada una con una configuración de sección transversal diferente. Las vigas fueron ensayadas a flexión hasta el fallo y se llevó a cabo un análisis de su comportamiento centrado en sus capacidades de flexión y modos de fallo. A partir de estas pruebas iniciales, se seleccionó una configuración de viga híbrida para ser investigada en aplicaciones a escala real. En consecuencia, en la segunda parte de la campaña experimental se diseña-

ron y fabricaron ocho vigas híbridas a escala real utilizando dos configuraciones similares a la sección transversal óptima determinada en el estudio inicial. El objetivo principal del estudio fue el de evaluar el comportamiento a flexión de las vigas y comparar sus resultados con los de vigas de hormigón armado equivalentes y con los perfiles estructurales simples de *GFRP* pultrusionados. Debido a la naturaleza del sistema híbrido, se prestó especial atención al estudio de la interacción mecánica entre las dos partes constitutivas.

En las siguientes secciones se describen las campañas experimentales y las principales conclusiones derivadas del estudio de las vigas a pequeña y gran escala.

9.3.1. Ensayos preliminares con vigas híbridas a pequeña escala

Debido a que uno de los propósitos de la campaña fue el desarrollo de un elemento híbrido rentable, el diseño comenzó con la elección de un perfil de material compuesto comercialmente disponible. Los elementos estructurales de *GFRP* pultrusionados utilizados en la investigación, estaban fabricados con fibras de vidrio que actúan como refuerzo en la dirección longitudinal y una matriz de resina poliéster. La matriz y las fibras están recubiertas por un velo superficial de 1 mm que sirve de protección a la degradación química y la radiación ultravioleta. En la Figura 9.5 se muestran las dimensiones y la sección del perfil de *GFRP* utilizado.



Figura 9.5: Perfil de *GFRP* y geometría de la sección. Cotado en mm.

En la Tabla 9.2 se recogen las propiedades físicas y mecánicas de los perfiles y las muestras de *GFRP*. Hay que señalar que, debido a la compleja estructura de una viga de material compuesto, sus propiedades tienden a diferir de los de las muestras extraídas. Los datos presentados en la tabla son los valores nominales proporcionado por el fabricante, junto con su correspondiente método de ensayo estandarizado. De acuerdo con las propiedades mecánicas específicas, los perfiles de fibra de vidrio cumplen los requisitos mínimos de la clase E17 como se indica en la norma EN 13706 [7].

En la campaña experimental preliminar del presente estudio se fabricaron tres vigas híbridas a pequeña escala mediante diferentes combinaciones del perfil de *GFRP* y el hormigón reforzado. Las vigas tenían una longitud de 1 metro y una altura de 110 ó 170 mm. En la Figura 9.6 se ilustran las secciones y las dimensiones de las diferentes configuraciones.

La viga híbrida HB-1 fue diseñada para imitar una viga compuesta de acero-hormigón, con el perfil *GFRP* conectado mecánicamente a una losa de hormigón armado de 250 mm con una

Propiedades	Perfiles	Muestras	Unidades	Método de ensayo
Físicas				
Ratio de refuerzo en peso	50 - 65	70 - 80	%	EN ISO 1172
Densidad aparente	1,8	2	kg/dm^3	EN ISO 1183-1
Dureza Barcol	45/50	45/50	-	EN 59
Absorción de agua	1,5	1,5	% en peso	EN ISO 62
Coefficiente de expansión térmica lineal	$9 \cdot 10^{-6}$	$5,4 \cdot 10^{-6}$	$^{\circ}C^{-1}$	ISO 11359-2
Conductividad térmica	0,15	0,3	W/K·m	ASTM C117
Mecánicas				
Resistencia a tracción	207	690	MPa	EN ISO 527-4
Módulo de elasticidad	17,2	41,4	GPa	EN ISO 527-4
Resistencia a flexión	207	690	MPa	EN ISO 14125
Resistencia a cortante	35	35	MPa	EN ISO 14130
Resistencia a compresión	276	414	MPa	EN ISO 14126

Tabla 9.2: Propiedades nominales de barras y perfiles de *GFRP* pultrusionados.

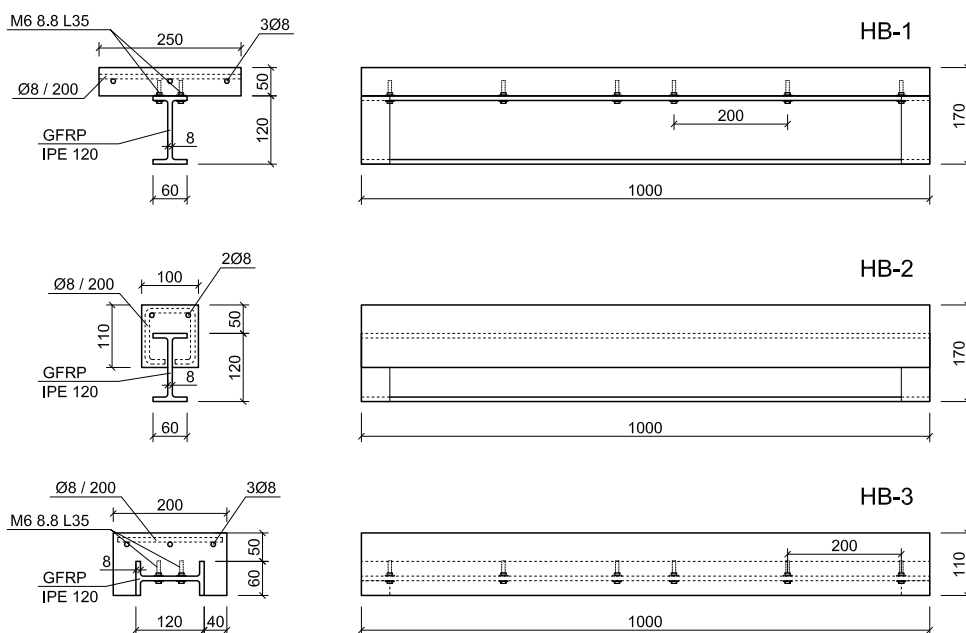


Figura 9.6: Detalles constructivos de las vigas híbridas a pequeña escala. Cotas en mm.

serie de tornillos de acero de 6 mm, clase 8.8. La losa superior se reforzó longitudinalmente con tres barras de acero de 8 mm B500S y transversalmente con barras de 8 mm a lo largo de 200 mm.

En el caso de viga híbrida HB-2, la mitad del perfil de pultrusión de *GFRP* fue embebido en un bloque de 100×110 mm de hormigón reforzado sin conexiones mecánicas. Dos barras de acero de 8 mm se utilizaron como refuerzo longitudinal superior y se colocaron estribos de acero cada 200 mm.

La viga híbrida HB-3 tenía el perfil colocado horizontalmente embebido por su parte superior en un bloque de hormigón de 200 mm de ancho, idénticamente reforzado como la losa de HB-1. Se instalaron dos filas de tornillos de acero en la parte superior del alma para aumentar la interacción entre el hormigón y el material compuesto.

La resistencia a compresión del hormigón se determinó en muestras cúbicas, a los 28 días después de la fabricación, utilizando las recomendaciones de la norma EN 12390 [35]. Se obtuvo una resistencia promedio del hormigón de 17,15 MPa y un módulo de elasticidad de 22 GPa. La contribución del acero en el comportamiento a flexión fue insignificante debido a la posición de las barras de la armadura cercana a los ejes neutros de las vigas.

Un mes después del proceso de fabricación de las vigas se procedió al ensayo a flexión mediante la aplicación de una carga concertada en el centro de la viga, manteniendo los extremos simplemente apoyados en cilindros de acero, con una luz de 900 mm (véase Figura 9.7). Debido a que los compuestos son susceptibles a los daños inducidos por las concentraciones de tensión, se fijaron mediante un adhesivo epoxi unos bloques de madera en el alma de los perfiles de *GFRP* por encima de la superficie de apoyo. La aplicación de la carga se realizó mediante un cilindro hidráulico con una capacidad de carga de 100 kN y las deflexiones en la mitad de la luz se controlaron mediante dos sensores de desplazamiento potenciométricos. Además se determinaron las tensiones axiales en las almas en la misma posición.



Figura 9.7: Configuraciones de los ensayos de la campaña preliminar. De izquierda a derecha HB-1, HB-2 y HB-3, respectivamente.

Las vigas híbridas HB-1 y HB-2 presentaron un comportamiento general a flexión lineal hasta el colapso. Aparecieron grietas de tracción en la cara inferior de las vigas de hormigón y un aplastamiento en la parte superior que se inició cerca de las cargas máximas registradas. Los desplazamientos verticales máximos registrados en el centro de la viga fueron entorno a los 10 mm. En relación a la capacidad a flexión máxima, la viga HB-1 presentó un mejor rendimiento debido a la presencia de un mecanismo de transferencia del esfuerzo cortante entre los dos materiales constitutivos y debido al aumento de la superficie de hormigón a compresión. Sin embargo, durante el ensayo se desarrolló un importante cizallamiento en la proximidad de los soportes de HB-1 y HB-2 antes de alcanzar el fallo, y se produjo una rotura frágil de los especímenes (véase Figura 9.8 izquierda). Tras los ensayos se concluyó que los bloques de madera en los soportes no fueron eficaces en la prevención de este tipo de colapso. En el ensayo de la viga HB-3 se registró una deformación antes del colapso cuatro veces superior a la de las vigas HB-1 y HB-2. Durante en el ensayo se identificaron grietas importantes en la parte superior del hormigón, lo que implica una reducción de la rigidez de

la viga. Por otro lado, después de alcanzar los 36 kN de carga se observaron roturas de las fibras por tracción (véase Figura 9.8 derecha).



Figura 9.8: Fallo de HB-1 (izquierda) y HB-3 (derecha) debido a concentración de tensiones cortantes y a la rotura por tensión de las fibras, respectivamente.

En la Figura 9.9 se muestran las curvas de fuerza-deflexión obtenidas para las tres vigas híbridas. Los valores registrados de las cargas últimas (F_u) y las deflexiones a media luz (δ_u) se presentan en la siguiente Tabla 9.3.

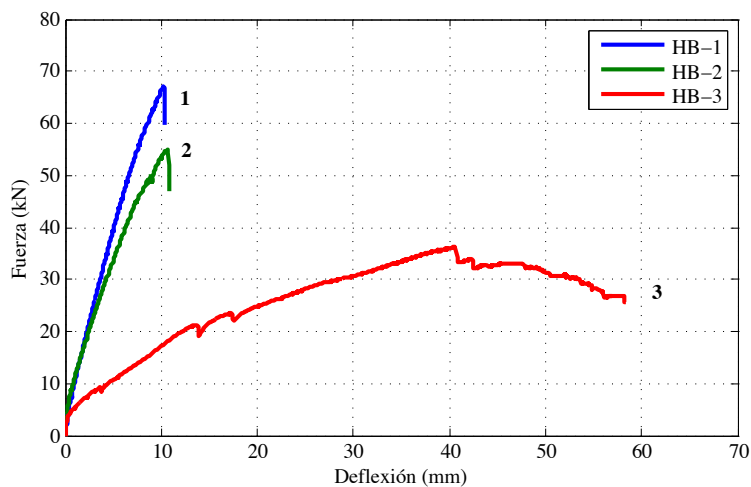


Figura 9.9: Curvas de fuerza-deflexión de las vigas HB-1, HB-2 y HB-3.

Viga	F_u (kN)	δ_u (mm)
HB-1	67,07	10,27
HB-2	54,86	10,62
HB-3	36,22	40,58

Tabla 9.3: Cargas últimas y desplazamientos a media luz de las vigas HB-1, HB-2 y HB-3.

9.3.2. Ensayos con vigas híbridas a escala real

Tras la campaña experimental preliminar, se llevó a cabo una segunda y más extensa serie de ensayos en vigas híbridas de *GFRP* y hormigón a escala real, con el fin de abordar las cuestiones anteriormente señaladas. En esta segunda campaña se examinó el comportamiento a flexión de un total de ocho vigas híbridas y dos vigas de hormigón armado equivalentes. Para completar la investigación, también se presenta el estudio del comportamiento de un perfil estructural simple de *GFRP* pultrusionado. Los detalles y resultados de estudio experimental se recogen en los siguientes párrafos.

Se diseñaron dos modelos de vigas híbridas, designadas como M1 y M2, con una sección transversal similar a la viga híbrida HB-1. El modelo M0 se reservó para las muestras de control fabricadas sólo de hormigón armado. En esta segunda campaña, los elementos tenían una sección en forma de T con unas dimensiones de 2000 mm de longitud y 170 mm de altura, y fueron fabricados con una losa de hormigón de 400×50 mm en la parte superior de la sección transversal de los perfiles de *GFRP*. En la Figura 9.10 se muestran los detalles constructivos de las diferentes configuraciones de las vigas ensayadas.

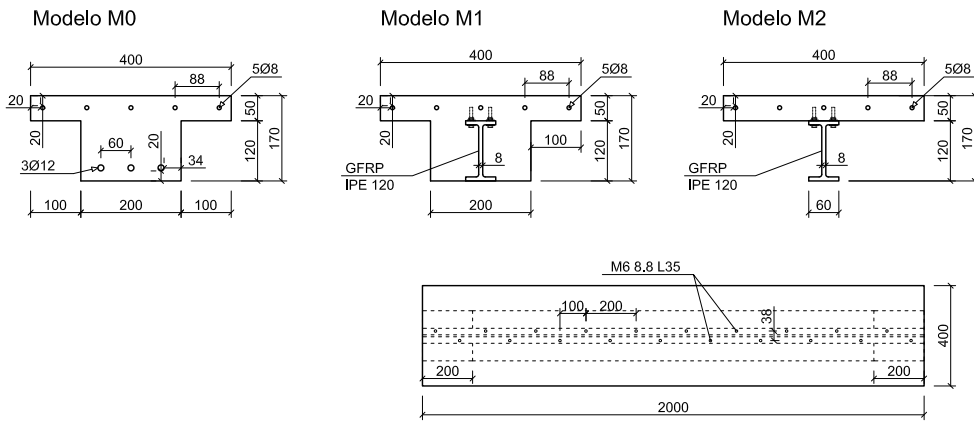


Figura 9.10: Detalles constructivos de los especímenes ensayados a escala real. Cotas en mm.

En las vigas de control de hormigón M0 (véase Figura 9.10), la losa superior se reforzó longitudinalmente con barras de acero de 5Ø8 y la parte inferior con barras de 3Ø12. El refuerzo transversal se utilizó principalmente en los extremos de las vigas y con una función constructiva en la losa superior. El recubrimiento de hormigón de refuerzo del acero fue de 20 mm. Las diferentes configuraciones híbridas de las vigas M1 y M2, consistieron en un perfil en I de *GFRP* unido a la losa de hormigón con pernos de acero M6 8.8 L35 dispuestos alternativamente a una distancia de 100 mm, como se ilustra en la Figura 9.10. La diferencia entre la configuración M1 y M2 residía en el hecho de que el diseño M1 el perfil de *GFRP* se encuentra lateralmente embebido en el hormigón. Los forjados en ambos casos se han reforzado de manera similar a la configuración M0. Los extremos de apoyo de las muestras M2 estaban empotrados en el hormigón con el fin de prevenir un fallo local prematuro durante las pruebas como se documentó en los ensayos preliminares.

El proceso de fabricación duró dos días y el hormigón presenta una resistencia media a compresión de 30-35 MPa (determinada en muestras cúbicas). Se fabricaron un total de diez vigas utilizando los tres diseños: dos unidades de la configuración M0, cuatro de la M1 y cuatro unidades de la configuración M2. Las unidades se dividieron en dos grupos de cinco, de acuerdo con el esquema de carga que se aplicó. Las características del primer grupo de vigas ensayadas se describen en la Tabla 9.4 y sus resultados experimentales se presentarán a continuación.

Viga	Modelo	Tipo	Resistencia del hormigón (MPa)
M0-RCB1	M0	Hormigón armado	30
M1-HB1	M1	Híbrida	30
M1-HB2	M1	Híbrida	35
M2-HB1	M2	Híbrida	30
M2-HB2	M2	Híbrida	35
Perfil <i>GFRP</i>	–	<i>GFRP</i>	–

Tabla 9.4: Características de los elementos estructurales analizados.

Un mes después del proceso de fabricación de las vigas se procedió al ensayo a flexión mediante la aplicación de una carga concertada en el centro de la viga. Los especímenes fueron simplemente apoyados en soportes elastoméricos con una distancia de 1800 mm (véase Figura 9.11). Los soportes de caucho se utilizaron como una medida conservadora para prevenir las fracturas locales de los perfiles pultrusionados que se observaron durante los ensayos preliminares. Dichos soportes tenían unas dimensiones de $200 \times 200 \times 20$ mm y una densidad de 700 kg/m^3 . Las vigas se cargaron en el centro de su luz mediante un actuador hidráulico de 250 kN, a una velocidad constante de 2 mm/min. La Figura 9.11 muestra esquemáticamente el montaje del ensayo de las vigas y una imagen del ensayo realizado de la viga de configuración M2. Las otras configuraciones se instrumentaron y se ensayaron de manera análoga.

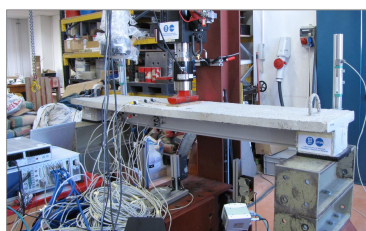
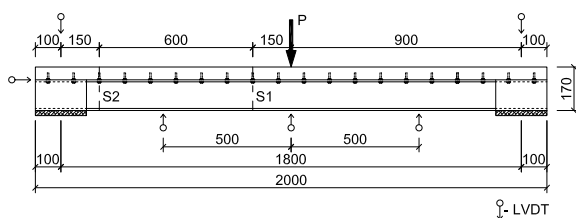


Figura 9.11: Esquema de montaje para el ensayo y detalles del ensayo de la configuración M2.

Durante el ensayo se determinaron las deflexiones mediante tres transductores láser de desplazamiento en la mitad de la luz y a 500 mm del centro, y los desplazamientos verticales de los soportes elastoméricos mediante dos transductores potenciométricos de desplazamiento lineal con un rango de medición de 100 mm. Además, las vigas se instrumentaron con un transductor de desplazamiento lineal que mide el deslizamiento relativo entre el ala de la parte superior del perfil de *GFRP* y la losa de hormigón.

Se instalaron galgas extensométricas en las secciones principales de las vigas (S1 y S2), en las losas de hormigón armado y en los perfiles de *GFRP*. Las galgas se adhesivaron en la sección S1 a 150 mm del centro de la luz con el fin de evitar los efectos locales de carga, y en S2 a 150 mm del soporte izquierdo. En la viga de control M0-RCB1 únicamente se determinaron las deformaciones de compresión, mientras que en las vigas de la configuración M1 se determinaron también las deformaciones en la parte inferior del perfil de *GFRP* y las deformaciones a tracción en el hormigón. Las vigas de la configuración M2 se instrumentaron con galgas en diferentes posiciones a través de la sección del perfil con el fin de registrar las variaciones de la tensión axial y estudiar la distribución de la tensión de cortadura entre la losa y el perfil de *GFRP*. La información de los diferentes transductores fue registrada mediante un sistema de adquisición de datos con una tasa de muestreo de 50 Hz.

La viga de control M0-RCB1 presentó un comportamiento típico a flexión con una ductilidad propia de una viga de hormigón armado. Dicho comportamiento puede dividirse en tres etapas correspondientes al estado no fisurado, el agrietamiento y la fase de plastificación de las barras de acero de refuerzo inferiores. Se observó el inicio de la plastificación a partir de un nivel de carga de 56,79 kN, correspondiente a una deflexión máxima de la viga de 16,45 mm. El colapso final se produjo para una deflexión central de 46,86 mm.

Las vigas híbridas M1-HB1 y M1-HB2, que fueron construidas a partir de un perfil estructural de *GFRP* embebido en una viga de hormigón en forma de T, presentaron una respuesta lineal hasta el colapso y una mayor capacidad portante en comparación con la viga M0-RCB1. Al inicio de las pruebas se detectaron grietas verticales de flexión en el alma de la viga de hormigón, debido a la pérdida de resistencia a la tracción del material. Estas grietas son apreciables en la primera parte de las curvas de respuesta a la flexión. El fallo de los elementos híbridos con configuración M1 se inició con el aplastamiento del hormigón en el ala superior y finalizó instantes después con la separación súbita del ala inferior respecto del alma del perfil de *GFRP*. La causa del colapso frágil fue el aumento de la tensión de cizallamiento que se desarrolló en las uniones del alma-ala en los extremos de los miembros pultrusionados. En la Figura 9.12 (izquierda) se muestra el extremo izquierdo de la viga M1-HB1 donde comenzó el fallo por cortante. Las grietas creadas por el deslizamiento del perfil hacia el interior fueron marcadas en rojo y se pueden apreciar en la parte del ala superior.



Figura 9.12: Área de fallo de la viga híbrida M1-HB1 (izquierda), fallo a cortante de la viga híbrida M2-HB1 (centro) y fallo por aplastamiento del alma de la viga híbrida M2-HB2 (derecha).

Una de las ventajas de la solución híbrida es el hecho de que el aplastamiento de la parte superior del hormigón constituye una señal de alerta de un colapso inminente, y por lo

tanto se puede considerar que las vigas híbridas tuvieron un comportamiento cuasi-dúctil a flexión. Las cargas máximas que se alcanzaron fueron 80,73 kN para M1-HB1 y 92,15 kN para M1-HB2, con un máximo de deflexiones en el centro de la luz de 42,57 mm y 51,48 mm, respectivamente, valores muy superiores a los de la viga de control M0-RCB1. Tras el fallo por cortante las vigas híbridas M1 mostraron una capacidad de recuperación de 40 kN.

En el caso de las vigas híbridas M2-HB1 y M2-HB2, que se fabricaron mediante un perfil estructural de *GFRP* unido con pernos de acero a una losa de hormigón armado, las respuestas a flexión fueron similares a las de las vigas híbridas M1 anteriores, con la excepción de los modos de fallo. Por un lado, el fallo de la viga híbrida M2-HB1 ocurrió repentinamente en uno de sus extremos, en la unión entre el ala superior y el alma del perfil *GFRP*, y se desplazó inmediatamente hacia el centro de la viga, causando un desplazamiento vertical adicional de los pernos de acero (véase Figura 9.12 centro). El fallo fue causado por las altas tensiones de cizallamiento desarrolladas al final del perfil de *GFRP*, en la unión antes mencionada. Por otro lado, el colapso de la viga híbrida M2-HB2 se produjo de repente en el centro de la luz en la zona situada debajo del punto de aplicación de la carga. El elevado esfuerzo de compresión presente en la parte superior del perfil de *GFRP* derivó en un tipo de fallo por aplastamiento en el alma del perfil, seguido por delaminaciones longitudinales del *GFRP* (véase Figura 9.12 derecha). Se consideró que el uso de una placa estrecha de distribución de carga determinó este tipo particular de fallo.

El comportamiento a flexión de las vigas híbridas M2 se puede dividir en tres etapas: una primera parte en la que la respuesta es lineal y no hay una interacción completa entre el perfil de *GFRP* y la losa de hormigón; una segunda parte en la que el comportamiento es generalmente lineal, pero se empieza a desarrollar un deslizamiento entre los dos materiales; y finalmente una tercera parte caracterizada por un comportamiento no lineal que corresponde a una reducción de la rigidez causada por el aplastamiento del hormigón en la losa débilmente reforzada. Después del colapso de ambas muestras no se observó capacidad de recuperación. La respuesta a flexión de M2-HB1 se muestra en la Figura 9.13 y aunque M2-HB2 presentó un modo de fallo diferente, tuvo una respuesta similar a la presentada a continuación.

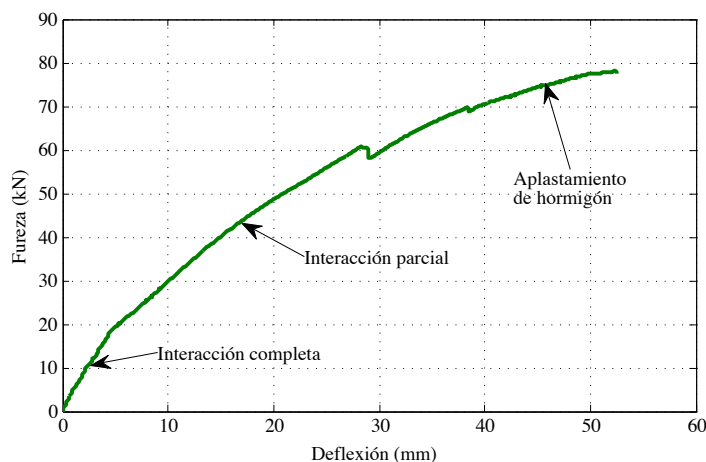


Figura 9.13: Curva de fuerza-deflexión para la viga híbrida M2-HB1.

La Figura 9.14 muestra las curvas de fuerza-deflexión experimentales de todas las vigas ensayadas a flexión con tres puntos. Es evidente que las capacidades a flexión de las vigas híbridas son mayores que la capacidad de la viga de hormigón armado simple y del perfil estructural de *GFRP*. Debido a que el módulo de elasticidad del material compuesto es inferior y al sistema de conexión parcial, las vigas híbridas presentan una mayor deformación y una rigidez más baja en comparación con la muestra de control. Sin embargo, la presencia de hormigón en el diseño previno cualquier fallo por inestabilidad y aseguró una mayor rigidez en comparación con la viga simple de *GFRP* pultrusionada.

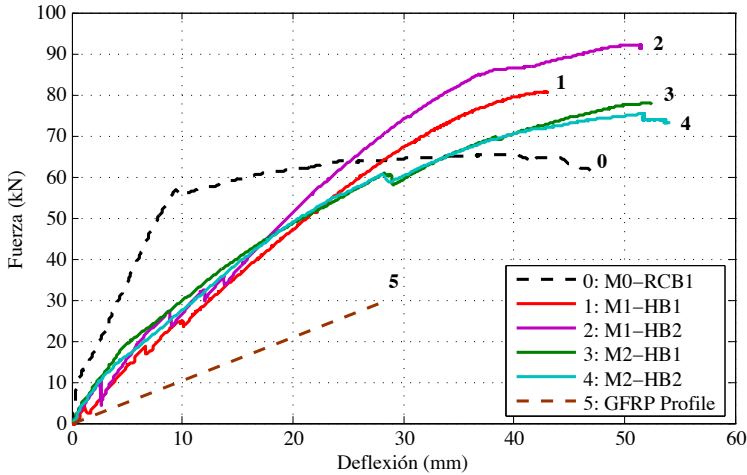


Figura 9.14: Curvas de fuerza-deflexión de las vigas ensayadas.

En la Tabla 9.5 se recogen los resultados de los ensayos experimentales que incluyen: los valores registrados para la carga máxima F_u , la fuerza de corte V_u , el momento portante M_u y la deflexión δ_u en el centro de la viga para cada muestra analizada. El aumento de la capacidad de flexión ΔM y deflexión $\Delta \delta$ se calcula con referencia a la viga de control M0-RCB1.

Viga	Modo de fallo	F_u (kN)	V_u (kN)	M_u (kNm)	ΔM (%)	δ_u (mm)	$\Delta \delta$ (%)
M0-RC1	Aplastamiento del hormigón, acero cediendo	56,8	28,4	25,6	–	16,5	–
M1-HB1	Aplastamiento del hormigón, cortante en el alma de <i>GFRP</i>	80,7	40,4	36,3	42	42,6	102
M1-HB2	Aplastamiento del hormigón, cortante en el alma de <i>GFRP</i>	92,2	46,1	41,5	62	51,5	137
M1-HB2	Aplastamiento del <i>GFRP</i>	78,1	39,1	35,1	37	52,5	141
Perfil <i>GFRP</i>	–	28,9	14,5	13,2	-51	27,7	68

Tabla 9.5: Resumen de los resultados experimentales.

El estudio confirmó que la respuesta de las vigas híbridas es cuasi-dúctil, en el sentido de que la losa superior de hormigón comenzó a aplastarse antes de la aparición de la rotura frágil en el material compuesto. El estudio también reveló que el aumento de la capacidad portante es de hasta un 50% y que las deflexiones máximas a media luz son de hasta 3 veces superiores a las de la viga de hormigón armado.

En relación a las mediciones de deformaciones y deslizamientos se han alcanzado las siguientes conclusiones. Los valores de deformaciones similares en el recubrimiento superior del hormigón sugieren que toda la anchura de la sección de hormigón de las vigas híbridas fue eficaz. Este resultado está de acuerdo con el valor límite que normalmente se recomienda en los códigos de diseño [14] para los elementos estructurales mixtos de acero y hormigón simplemente apoyados. Los resultados obtenidos de deformación en la sección S1 (situada a 150 mm desde el punto de aplicación de la carga) se utilizaron para trazar las deformaciones axiales en función de la profundidad de la viga, para diferentes valores de la fuerza de carga (véase Figura 9.15). De esta manera se obtiene una mejor comprensión de la acción combinada de la viga híbrida. Para la viga M2-HB1, después de 20 kN de carga se observó un aumento de la deformación de deslizamiento entre la losa de hormigón y el perfil, y se perdió la compatibilidad rasante, lo que condujo a la aparición de dos ejes neutros en la sección transversal del elemento. El primer eje neutro de la viga en forma de T quedó posicionado en la losa superior de hormigón, a nivel del refuerzo de acero, y la deformación de compresión máxima fue de un 3,0‰, cerca del 3,5‰, valor considerado en el Eurocódigo 2 [13] para el aplastamiento del hormigón. La posición del segundo eje neutro se desplazó desde el nivel de los pernos de acero de 50 mm al interior del perfil de *GFRP*. La interacción parcial desarrollada en la viga híbrida se atribuyó a la débil rigidez del sistema de conexión.

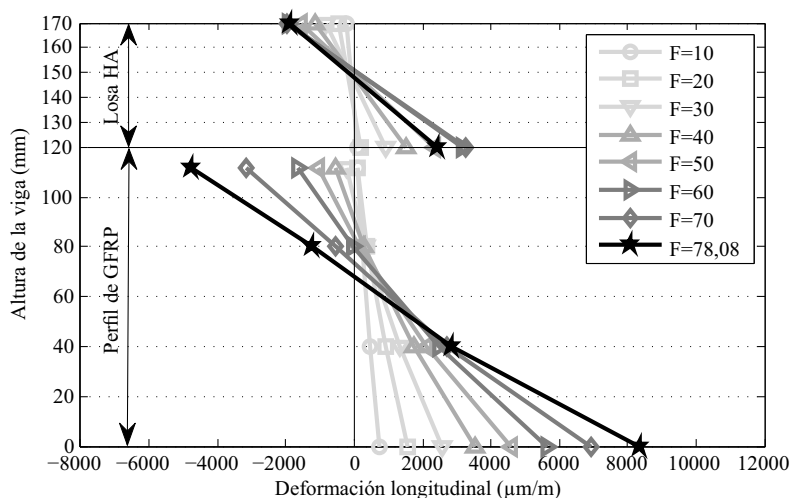


Figura 9.15: Deformaciones axiales *versus* profundidad de la viga en diferentes niveles de carga (kN). Viga M2-HB1 sección S1.

Debido al relativamente bajo módulo elástico del *GFRP*, la cizalladura tiene un papel importante en el comportamiento de los elementos cortos (altura/luz $< 1/20$) sometidos a fle-

ción, en el sentido de que a altos niveles de tensión la sección no permanece plana después de flectar. Este efecto del alabeo puede observarse también en la Figura 9.15.

Se registraron parámetros similares en la sección S2 (a 150 mm de distancia desde el soporte) con los datos adicionales proporcionados por dos rosetas extensométricas (véase Figura 9.16). Las deformaciones del hormigón se midieron sólo en la parte inferior de la losa. Para la viga M2-HB2, después de 60 kN de carga, la parte superior del perfil del alma comenzó a trabajar a compresión mientras que el ala superior se sometió a un aumento de la tensión de tracción. Esto condujo finalmente al fallo por cortante de la viga híbrida en la unión entre el ala superior y el alma de *GFRP*.

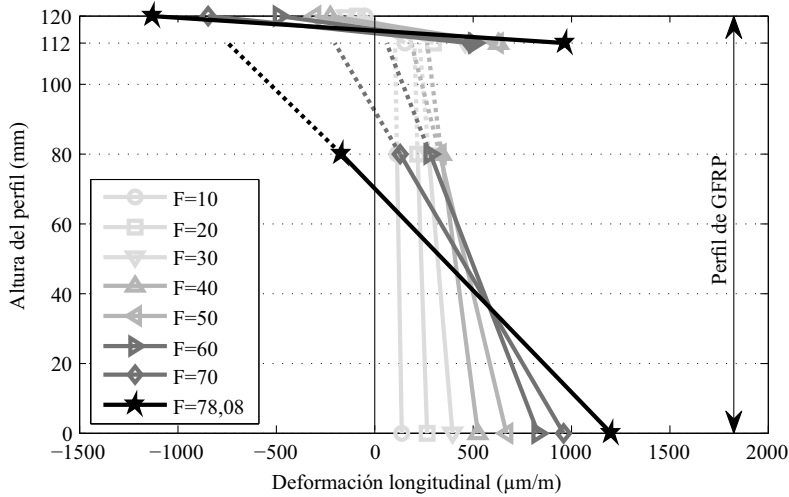


Figura 9.16: Deformaciones axiales *versus* profundidad del perfil en diferentes niveles de carga (kN). Viga M2-HB1 sección S2.

En la Figura 9.17 se representa el deslizamiento de la parte superior de las alas del perfil con respecto a la losa de hormigón, en función del ratio de carga para las vigas M1-HB2 y M2-HB1. La viga híbrida M1-HB2 presentó una interacción completa a rasante hasta el 40% de su capacidad máxima a flexión, mientras que la viga híbrida M2-HB1 presentó una interacción más débil de la cizalladura hasta el 25%. El deslizamiento máximo registrado en el extremo izquierdo de la primera viga fue de 1,7 mm y de 3,5 mm para la segunda muestra. En general las vigas híbridas de la configuración M1 mostraron una interacción del cortante más rígida y completa, debido a sus almas de hormigón que impidieron que los pernos de acero el perfil *GFRP* deslizaran en exceso.

En la comparativa de los resultados experimentales con los resultados teóricos de las vigas híbridas que presentan una interacción completa, se encontró que la interacción parcial en las vigas ensayadas redujo su capacidad a flexión un 10-13%, su rigidez un 29-32% y se incrementaron las deflexiones centrales en un rango similar. Por lo tanto, un aspecto crucial a tener en cuenta en aplicaciones reales es el diseño de un sistema de conexión eficiente que permita obtener el máximo rendimiento de las propiedades del material compuesto y asegurar una solución óptima para la viga híbrida.

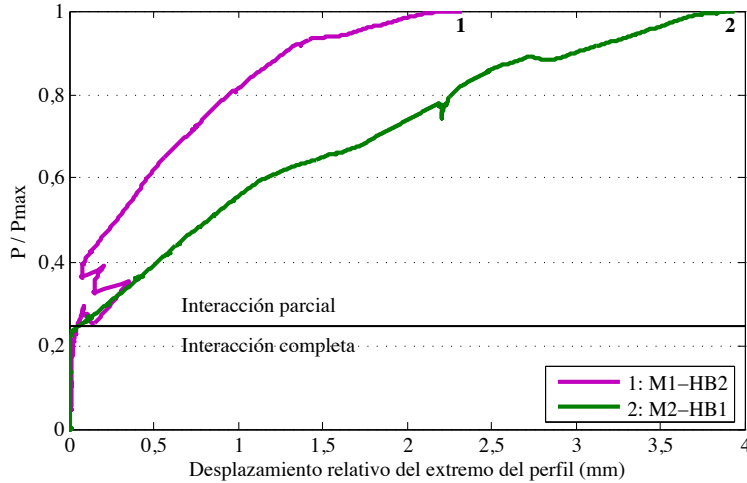


Figura 9.17: Ratio de carga según el desplazamiento relativo final del perfil de *GFRP*.

9.4. Formulación analítica para el diseño de vigas híbridas

Debido a la alta relación rigidez-peso que presentan los materiales compuestos y a la resistencia superior a compresión del hormigón, las estructuras híbridas pueden ser diseñadas para alcanzar mayores longitudes de luz que las estructuras equivalentes construidas con materiales tradicionales. No obstante, la desventaja de estos novedosos elementos es que su diseño tiende a ser dirigido por criterios del estado límite de servicio en lugar de resistencia, debido a la reducción de la rigidez de los perfiles estructurales de *FRP* pultrusionados.

En el caso de las vigas híbridas fabricadas a partir de un perfil de *GFRP* conectado mecánicamente a una losa de hormigón armado, la acción combinada depende principalmente del comportamiento a cizallamiento de los conectores. Para lograr una acción combinada completa, los materiales de alto rendimiento requieren de la instalación de más conectores a cortante. Debido al número limitado de conectores que puede acomodar el ala superior, para un diseño óptimo [26] puede seleccionarse un diseño compuesto parcial.

En esta sección se presenta un procedimiento de diseño analítico propuesto para la evaluación del comportamiento a flexión a corto plazo de una viga híbrida. Por motivos de simplicidad, el ámbito de aplicación del análisis se restringe a una viga simplemente apoyada. Se discuten los aspectos del estado límite de servicio y los criterios de fallo. En relación a los aspectos relacionados con el material, los coeficientes de seguridad, así como los factores de resistencia a las cargas, se recomienda al lector la consulta de las guías o códigos de diseño de construcción específicos.

En la Figura 9.18 se ilustra la sección transversal de la viga híbrida *GFRP*-hormigón con configuración M2, que se examinó en la campaña experimental. En la imagen esquemática se indican sus correspondientes dimensiones y las distribuciones de deformación y tensión correspondientes a un análisis del fallo a flexión. El perfil *GFRP* tiene un área A_p , un mo-

9 | Diseño y análisis de vigas híbridas de *GFRP* y hormigón

mento principal de inercia I_p (eje horizontal), una área del alma A_w y un área del ala A_f ; la losa de hormigón tiene un área A_c y un momento principal de inercia I_c (eje horizontal). Los módulos elástico y cortante del *GFRP* son E_p y G_p , respectivamente. E_c es el módulo elástico del hormigón, f_c la resistencia a compresión y $\epsilon_{c,u}$ la deformación última a compresión. λ y η son los factores que describen la distribución de tensiones rectangulares equivalentes del hormigón según se especifica en el Eurocódigo 2 [13]. Para resistencias características de compresión inferiores a los 50 MPa, $\lambda = 0,8$ y $\eta = 1,0$. Los conectores a cortante de acero se colocan a una distancia uniforme s a lo largo de la longitud de la viga.

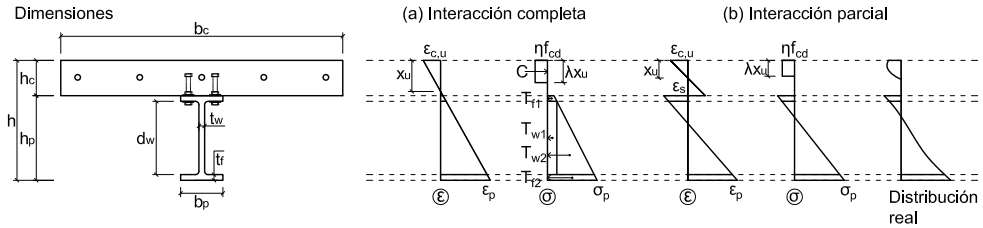


Figura 9.18: Dimensiones y análisis del fallo de una sección transversal de una viga híbrida con: (a) Interacción completa; (b) Interacción parcial.

9.4.1. Estado límite de servicio

(a) Análisis elástico con interacción completa a rasante

El análisis elástico de la sección híbrida de *GFRP*-hormigón (Figura 9.18) puede realizarse asumiendo las siguientes hipótesis clásicas [11]:

- La hipótesis de Euler-Bernoulli es válida.
- Todo el ancho de la losa de hormigón es eficaz.
- No hay deslizamiento longitudinal entre la losa de hormigón y el perfil de *GFRP* (interacción a rasante completa).
- No hay separación vertical entre la losa de hormigón y el perfil de *GFRP*.

En base a estas suposiciones se pueden obtener las siguientes ecuaciones correspondientes a un estado de carga a flexión, para la profundidad del eje neutro x_{el} y la rigidez equivalente de la sección transformada $(EI)_{eq}$.

Considerando una resistencia a la tracción del hormigón (esto es válido sólo hasta el inicio del agrietamiento), se tiene:

$$x_{el} = \frac{E_p A_p (h_c + h_p/2) + E_c A_c h_c/2}{E_p A_p + E_c A_c} \tag{9.1}$$

$$(EI)_{eq} = \frac{E_c A_c h_c^2}{12} + E_c A_c \left(x_{el} - \frac{h_c}{2}\right)^2 + E_p I_p + E_p A_p \left(h_c + \frac{h_p}{2} - x_{el}\right)^2 \tag{9.2}$$

Por contra, si no se considera una resistencia a la tracción del hormigón (válido después del inicio del agrietamiento), se tiene:

$$E_c b_c x_{el}^2 + 2E_p A_p x_{el} - 2E_p A_p \left(h_c + \frac{h_p}{2} \right) = 0 \tag{9.3}$$

$$(EI)_{eq}^{cr} = \frac{E_c b_c x_{el}^3}{3} + E_p I_p + E_p A_p \left(h_c + \frac{h_p}{2} - x_{el} \right) \tag{9.4}$$

En relación a la determinación de las deflexiones de los perfiles estructurales de *FRP* pultrusionados, las guías de diseño, manuales, así como numerosos investigadores emplean la teoría de Timoshenko en la que se consideran las deformaciones por cortante [3, 19]. Esto es especialmente importante en las vigas híbridas de *GFRP*-hormigón, ya que el módulo de elasticidad longitudinal del material compuesto es menor que el del acero y más cercano al módulo del hormigón. Además, el alto ratio entre el módulo longitudinal y de cizallamiento del *GFRP* juega un papel importante en la evaluación de las deflexiones.

La curva elástica que describe la forma deformada de una viga híbrida es función de su rigidez a la flexión *EI*, en este caso $(EI)_{eq}$ o $(EI)_{eq}^{cr}$, y la rigidez transversal a cortante *KAG*. La solución de la ecuación de deflexión para unas condiciones de contorno apropiadas, conduce a la expresión general para la deflexión total de la viga como una suma de las deflexiones debidas a la deformación por flexión y a la deformación por esfuerzo cortante, en función de la posición *z* a lo largo de la viga:

$$\delta(z) = \delta_b(z) + \delta_s = \frac{f_1(z)}{EI} + \frac{f_2(z)}{KAG} \tag{9.5}$$

donde $f_1(z)$ y $f_2(z)$ son funciones que dependen de la carga y las condiciones de contorno. En la Tabla 9.6 se recogen las expresiones de las deflexiones máximas para vigas simplemente apoyadas sobre una luz de distancia *L*, sometidas a tres estados de carga diferentes.

Tipo de carga	$f_1(\delta_{max})$	$f_2(\delta_{max})$
Uniformemente distribuida (<i>w</i>)	$\frac{5wL^4}{384}$	$\frac{wL^2}{8}$
Puntual en el centro (<i>P</i>)	$\frac{PL^3}{48}$	$\frac{PL}{4}$
En dos puntos, a una distancia <i>a</i> entre apoyos (<i>P</i>)	$\frac{Pa}{48} (3L^2 - 4a^2)$	$\frac{Pa}{2}$

Tabla 9.6: Expresiones de la deflexión para vigas simplemente apoyadas.

La contribución de la flexión, representada por $f_1(z)$, tiene la misma expresión tanto en la teoría de Timoshenko como en la teoría de Euler-Bernoulli de la viga clásica. En el ejemplo descrito de una viga simplemente apoyada (estáticamente determinada), si se utiliza la teoría de vigas de Timoshenko las fuerzas internas no son una función de las deflexiones, como ocurre en el caso de las vigas estáticamente indeterminadas.

Para las vigas mixtas de acero y hormigón a menudo se supone que la losa de hormigón no contribuye a la capacidad de corte y por lo tanto se considera -en un enfoque conservador-

que sólo el alma del perfil soporta la carga de cizallamiento [5]. El mismo concepto puede adaptarse a las vigas híbridas de hormigón armado y *GFRP*. Para secciones de pultrusión homogéneas que tienen las mismas propiedades en las alas y almas del perfil, la rigidez a esfuerzo cortante transversal puede aproximarse como:

$$KAG = k_{tim}A_pG_p \approx A_wG_{LT(web)} \quad (9.6)$$

donde k_{tim} es el denominado coeficiente a cortante de Timoshenko y $G_{LT(web)}$ es el módulo a cortante del alma o almas en el plano. Si la sección transversal es homogénea, $G_{LT(web)}$ puede considerarse igual al módulo a cortante del perfil, G_p .

La aproximación anteriormente presentada es la más adecuada para el diseño analítico, porque a menudo el cálculo del coeficiente de cizallamiento k_{tim} es tedioso incluso para secciones transversales de perfiles simples. La diferencia entre los métodos exactos y aproximados para la determinación de la rigidez al esfuerzo cortante transversal de perfiles en forma de I , está entre el 10 y 20% [3], siendo el método aproximado el que proporciona el valor inferior. Un valor menor de la rigidez transversal se traduce en un valor más alto en la estimación de la deflexión por cortante, por lo que es conservador desde un punto de vista del diseño.

Mientras que algunas guías de diseño recomiendan incluir en todos los casos los efectos de las deformaciones de cizallamiento en el análisis de los elementos a flexión, otros especifican que para relaciones de luz-profundidad mayores que 20, la influencia de cizallamiento puede despreciarse, con un error de cálculo de la deflexión por debajo del 5%.

Para el estado límite de servicio, las deflexiones máximas calculadas deben ser inferiores a las deflexiones máximas admisibles que se especifican en los códigos de construcción. En el Eurocódigo 4 [14] se define un límite de $L/250$ para una combinación de cargas casi permanentes, para los miembros compuestos que no soporten elementos frágiles, y $L/500$ en caso contrario. En el *ASCE Structural Plastics Design Manual* se limitan las deflexiones a $L/180$ por apariencia visual y $L/400$ para sensibilidad a la vibración [2]. En el manual y código de diseño Eurocomp se recomiendan limitar las deflexiones instantáneas a $L/300$ y las deflexiones a largo plazo a $L/250$ para estructuras reticuladas [9]. La guía italiana para estructuras fabricadas en elementos de *FRP* pultrusionado recomienda limitar la deflexión a $L/250$ para combinaciones de cargas casi permanentes en forjados y a $L/100$ para pasarelas con combinaciones de cargas no habituales [23]. Por consiguiente, la limitación general de $L/250$ para la deflexión máxima de vigas híbridas de *GFRP*-hormigón en construcción de edificios es suficiente.

(b) Análisis elástico con interacción parcial a rasante

Si se considera la flexibilidad de la conexión a rasante, debe tenerse en cuenta el deslizamiento en la interfaz entre los dos materiales de la viga híbrida (véase Figura 9.18), correspondiente a la diferencia entre las deformaciones del hormigón y del perfil *GFRP* en el área de contacto. Incluso para un diseño con interacción completa, los resultados de los cálculos cuando se desprecia este desplazamiento en la interfase, subestiman las deflexiones en comparación con las mediciones experimentales [26]. Por lo tanto, un diseño parcial con compuesto da lugar a una mayor deformación (deslizamiento) en la interfase, reduciendo la

rigidez a flexión de la viga, provocando un incremento de la deflexión. Finalmente, si no se considera la interacción por rasante, el perfil de *GFRP* y la losa de hormigón trabajan por separado de manera que la rigidez de la viga híbrida corresponde a la suma de las rigideces de los materiales de las diferentes partes.

Por lo tanto, es necesario saber cómo el comportamiento de una viga híbrida puede ser modificado por la presencia de deslizamiento. El comportamiento a cizalladura con deslizamiento entre el *GFRP* y el hormigón es problemático, ya que presenta características similares al comportamiento de deslizamiento del acero y hormigón. Este último depende de muchos factores tales como la rigidez de los pernos, enlace químico en la interfaz y agrietamiento del hormigón. No obstante, varios estudios [16, 17, 27] han demostrado que la relación entre cizalladura y deslizamiento se puede simplificar a elástico lineal bajo una carga de servicio, en situaciones en las que las tensiones de los conectores no excedan un valor alrededor de la mitad de su resistencia a la rotura.

A continuación se presenta un análisis estático aproximado y un procedimiento de diseño basado en el modelo Stussi-Granholm-Newmark-Pleshkov [16], para una acción combinada parcial a partir de la teoría de vigas de Euler-Bernoulli con deslizamiento entre capas. El procedimiento analítico se puede utilizar para vigas híbridas sometidas a diversas configuraciones de carga y condiciones de apoyo, y ésta se basa en las siguientes hipótesis:

- La rigidez a cizalladura de la conexión es uniforme y continua a lo largo de la longitud de las vigas híbridas (las conexiones discretas se sustituyen por un medio elástico lineal).
- El rasante en la superficie es proporcional al deslizamiento.
- El perfil y la losa tienen la misma curvatura y rotación en la misma sección.
- El comportamiento del material *GFRP* y hormigón son linealmente elásticos.
- La hipótesis de Bernoulli se aplica a ambos materiales independientemente.
- Las barras de refuerzo de la losa no ofrecen resistencia al cortante vertical y se desprecia la capacidad a tracción del hormigón.
- Se asume la misma rigidez del hormigón a tracción y compresión².

El primer paso en el análisis es la evaluación de la rigidez de la conexión. A partir de los ensayos de carga realizados sobre elementos tipo espárragos sometidos a cizalladura pura, se obtiene una respuesta del ratio de carga en función del deslizamiento, similar a la representada en la Figura 9.19. La pendiente inicial de la respuesta elástica lineal del perno se conoce como la rigidez K (o módulo) del conector.

Debido a los numerosos parámetros que influyen en la determinación de la rigidez del conector a cortadura, la obtención de una formulación de diseño simple y a la vez fiable presenta dificultades. En ausencia de datos experimentales, son varios los estudios que proponen expresiones empíricas que pueden ser utilizadas para evaluar la rigidez de la conexión de vigas

²Las tensiones de tracción son lo suficientemente bajas como para dar lugar a un pequeño error en este análisis, excepto cuando el grado de la conexión a rasante es muy bajo.

9 | Diseño y análisis de vigas híbridas de PFRP y hormigón

mixtas de acero y hormigón. Los autores Nie y Cai [27] propusieron la siguiente expresión:

$$K = 0,66N_sP_{max} \quad (9.7)$$

donde N_s es el nº de pernos a cortante por fila y P_{max} es la resistencia a cortante de diseño del perno; mientras los autores Oehlers y Couglan [29] sugirieron la siguiente expresión:

$$K = \frac{P_{max}}{d_s(0,16 - 0,0017f_c)} \quad (9.8)$$

donde d_s es el diámetro del perno.

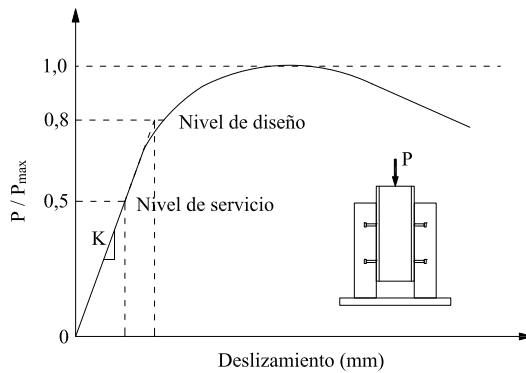


Figura 9.19: Representación esquemática de la curva del ratio de carga *versus* deslizamiento para un conector de acero sometido a cortante.

La capacidad del conector a cortante especificada en el Eurocódigo 4 [14] es:

$$P_{max} = 0,8f_u(\pi d_s^2/4) \leq 0,29d_s^2\sqrt{f_{ck}E_{cm}} \quad (9.9)$$

donde f_u es la resistencia última a tracción del perno y E_{cm} es el módulo medio secante del hormigón.

Como las vigas híbridas de GFRP-hormigón tienen una configuración similar a las de acero-hormigón, es posible usar los mismos ensayos y expresiones analíticas en la evaluación de la rigidez de la conexión.

Uno de los aspectos clave que se necesita verificar para determinar el estado límite de servicio, es la deflexión permitida del elemento estructural. En referencia a la viga híbrida que se ilustra en la Figura 9.18, cuando se considera la interacción parcial el procedimiento de cálculo predice las deflexiones, las acciones internas y tensiones mediante la sustitución de la rigidez a flexión completa $(EI)_{co}$, por la rigidez efectiva (parcial) a flexión $(EI)_{eff}$ en las expresiones para las vigas con acción completa [16].

Los resultados se expresan en términos de dos funciones: el parámetro adimensional (αL) de la acción combinada parcial (o conector a cortante), y la rigidez a cortante de la conexión (β). El procedimiento descrito representa un análisis aproximado de primer orden. El análisis de segundo orden se encuentra detallado en [17].

La distancia r entre los centroides del hormigón y la sección transversal del perfil de *GFRP* es:

$$r = r_1 + r_2 = \frac{h_c + h_p}{2} \quad (9.10)$$

La rigidez de la viga híbrida sin interacción a cortante $(EI)_0$ (es decir, la losa y el perfil trabajan de forma independiente) se obtienen de:

$$(EI)_0 = E_p I_p + E_c I_c \quad (9.11)$$

y con interacción completa $(EI)_{co}$:

$$(EI)_{co} = (EI)_0 + \frac{(EA)_p r^2}{(EA)_0} \quad (9.12)$$

donde $(EA)_p = E_p A_p E_c A_c$ y $(EA)_0 = E_p A_p + E_c A_c$.

Los parámetros αL y β que caracterizan el problema de interacción parcial, se expresan como:

$$\alpha L = \sqrt{\frac{K r^2}{s} \frac{(EI)_{co}}{(EI)_0 [(EI)_{co} - (EI)_0]}} L \quad (9.13)$$

$$\beta = \frac{s}{K r} \frac{(EI)_{co} - (EI)_0}{(EI)_{co}} \quad (9.14)$$

donde -como se ha mencionado anteriormente- K es la rigidez de la conexión, s es la distancia entre los conectores a cortante y L es la luz de la viga.

Para el cálculo de la deflexión de las vigas mixtas de acero y hormigón con deslizamiento entre capas, Nie y Cai [26] propusieron a partir de una serie de pruebas experimentales y resultados analíticos, el factor ξ , que representa el aumento porcentual de la deflexión debida a la interacción parcial:

$$\xi = \frac{24\beta(EI)_{co}}{L^2 h} \left(0,4 - \frac{3}{(\alpha L)^2} \right) \quad (9.15)$$

Basándose en las mismas hipótesis, Girhammar [16] sugirió una expresión analítica diferente para el cálculo de ξ :

$$\xi = \frac{(EI)_{co} - (EI)_0}{(EI)_0 [1 + (\mu/\pi)^2 (\alpha L)^2]} \quad (9.16)$$

donde μ es el coeficiente de longitud de pandeo³. Aunque la expresión fue desarrollada inicialmente para vigas mixtas de madera y hormigón con deslizamiento en la interfase, puede adaptarse a otros materiales constitutivos. Los resultados que se obtienen son ligeramente superiores en comparación con la formulación anteriormente presentada.

La rigidez equivalente generalizada o efectiva es por tanto:

$$(EI)_{eff} = \frac{(EI)_{co}}{1 + \xi} \quad (9.17)$$

³Para una viga simplemente apoyada, $\mu = 1,0$.

y la deflexión al considerar el efecto del deslizamiento es:

$$\delta_{b,eff} = \delta_b(1 + \xi) \quad (9.18)$$

donde δ_b es la deflexión por flexión de la viga híbrida considerando la interacción a rasante completa (sin deslizamiento), como se presenta en la ecuación 9.5. Tal y como se recomienda en la sección anterior, las deformaciones por cortante también deben tenerse en cuenta para el cálculo de la deflexión total de la viga.

Una de las principales ventajas de utilizar este tipo de formulaciones en el diseño, además de la simplicidad, es el hecho de que los resultados no son muy sensibles al tipo de carga y a las condiciones de apoyo. Así, las expresiones pueden ser consideradas como válidas en general.

(c) Vibraciones

Debido a la ligereza de los elementos híbridos, pueden surgir problemas de vibración que deben ser considerados en el estado límite de servicio. Por lo general, en construcciones de estructuras ligeras, el riesgo de vibraciones inaceptable se minimiza si la frecuencia fundamental del forjado es mayor que aproximadamente 8 Hz [1]. Estas vibraciones pueden ser eficazmente mitigadas mediante la regulación de la frecuencia del sistema del forjado, ya sea alejándola de las frecuencias dominantes o mediante la limitación de la aceleración máxima. Un método sencillo para la identificación de problemas de vibración del forjado con elasticidad excesiva, es determinar la deflexión estática del forjado bajo una carga concentrada aplicada en el centro de la luz. Para un forjado simplemente apoyado con una carga de 1 kN, la deflexión estática δ no debería exceder:

$$\delta \leq 7,5/L^{1,2} < 2 \text{ mm} \quad (9.19)$$

donde L es la luz del forjado.

9.4.2. Estado límite último

Una viga híbrida con una configuración de la sección transversal similar a la presentada en la Figura 9.18, puede fallar de varias maneras cuando está sometida a flexión. La unión del perfil *GFRP* a la losa de hormigón evita por lo general los modos de fallo de pandeo y otros problemas de inestabilidad.

Los posibles modos de fallo que todavía pueden ocurrir son, por lo tanto, sólo tres: el fallo a flexión provocado por el aplastamiento de la losa superior de hormigón; el fallo a cortante del perfil de *GFRP* en la junta del alma y el ala superior o a lo largo del alma; y el fallo del alma del perfil por aplastamiento bajo una concentración de cargas.

(a) Análisis del fallo a flexión considerando una interacción completa

En el análisis de fallos a flexión de una viga híbrida con interacción completa a rasante, se asume que el comportamiento del material *GFRP* es elástico y lineal hasta el fallo, y que el hormigón es un material elástico no lineal. El esfuerzo de compresión equivalente para

el hormigón se adopta del Eurocódigo 2 [13]. La resistencia a la tracción del hormigón se desprecia y su deformación de compresión máxima $\epsilon_{c,u}$ es de 3,5‰.

Si el eje neutro de la sección híbrida se encuentra en la parte superior del hormigón, se puede emplear la siguiente ecuación para determinar su profundidad x_u , a partir del equilibrio de fuerzas y las condiciones de compatibilidad de deformaciones:

$$\frac{\lambda b_c \eta f_c}{\epsilon_{c,u} E_p} x_u^2 + A_p x_u - A_p \left(h_c + t_f + \frac{d_w}{2} \right) - A_w \left(\frac{d_w}{6} \right) = 0 \quad (9.20)$$

El momento último a flexión M_u , puede ser calculado a partir de la expresión:

$$\begin{aligned} M_u = & C \left(x_u - \lambda \frac{x_u}{2} \right) + T_{f1} \left(h_c - x_u + \frac{t_f}{2} \right) + T_{w1} \left(h_c - x_u + t_f + \frac{d_w}{2} \right) \\ & + T_{w2} \left(h_c - x_u + t_f + \frac{2d_w}{3} \right) + T_{f2} \left(h_c - x_u + d_w + \frac{3t_f}{2} \right) \end{aligned} \quad (9.21)$$

donde C_c es la fuerza interna de compresión actuando en la losa de hormigón; T_{f1} es la fuerza interna de tracción en el ala superior del perfil de *GFRP*; T_{w1} y T_{w2} son las fuerzas internas producidas por la distribución de tensiones a tracción en el alma; y T_{f2} representa la fuerza de tracción en el ala inferior. Sus expresiones son:

$$\begin{aligned} C_c &= \lambda x_u b_c \eta f_c \\ T_{f1} &= A_f E_p \frac{\epsilon_{c,u}}{x_u} \left(h_c - x_u + \frac{t_f}{2} \right) \\ T_{w1} &= A_w E_p \frac{\epsilon_{c,u}}{x_u} (h_c - x_u + t_f) \\ T_{w2} &= A_w E_p \frac{\epsilon_{c,u}}{x_u} \left(\frac{2d_w}{3} \right) \\ T_{f2} &= A_f E_p \frac{\epsilon_{c,u}}{x_u} \left(h_c - x_u + d_w + \frac{3t_f}{2} \right) \end{aligned}$$

En vigas híbridas simplemente apoyadas con fallo a compresión del hormigón, la separación longitudinal entre los conectores a cortante que proporcionan una conexión a rasante completa, se puede estimar como:

$$s = \frac{N_s P_{max} L}{C_c} \frac{1}{2} \quad (9.22)$$

Aún cuando se considera que el fallo se produce primero en la losa de hormigón, la deformación máxima del ala inferior del perfil de *GFRP* ϵ_p debería ser comprobada.

(b) Análisis del fallo a flexión considerando una interacción parcial

Si el procedimiento de diseño tiene en cuenta la flexibilidad del sistema de conexión, hay que considerar que la deformación de deslizamiento ϵ_s que se desarrolla en la interfase entre el ala superior del perfil y el hormigón (véase Figura 9.18), provoca una reducción de la capacidad flectora de la viga híbrida.

Realizando un análisis basado en la teoría elástica, la solución analítica para el parámetro de deslizamiento conduce a una ecuación diferencial que tiene que ser resuelta para cada tipo de condiciones de carga y de apoyo, lo que entorpece su uso en las tareas de diseño [16, 20]. A modo de ejemplo, para una viga híbrida simplemente apoyada con una luz L sometida a una carga puntual P aplicada a mitad de la luz, el deslizamiento exacto $S(z)$ y la deformación a deslizamiento $\varepsilon_s(z)$ en la coordenada z (medida desde el centro a uno de los apoyos), puede obtenerse a partir de las siguientes ecuaciones:

$$S(z) = \frac{\beta P (1 + e^{-\alpha L} - e^{\alpha z - \alpha L} - e^{-\alpha z})}{2(1 + e^{-\alpha L})} \tag{9.23}$$

$$\varepsilon_s(z) = \frac{\alpha \beta P (e^{-\alpha z} - e^{\alpha z - \alpha L})}{2(1 + e^{-\alpha L})} \tag{9.24}$$

donde los parámetros α y β se especifican en la ecuación 9.13 y 9.14.

En la Figura 9.20 se han representado las variaciones del deslizamiento (izquierda) y de la deformación de deslizamiento (derecha) a lo largo de la luz de la viga híbrida, para el caso estático descrito anteriormente. Como puede observarse, el deslizamiento tiene un valor máximo en los extremos de la viga, mientras que la deformación de deslizamiento máxima se produce en el centro de la luz, donde se aplica la carga concentrada (ubicación del momento máximo).

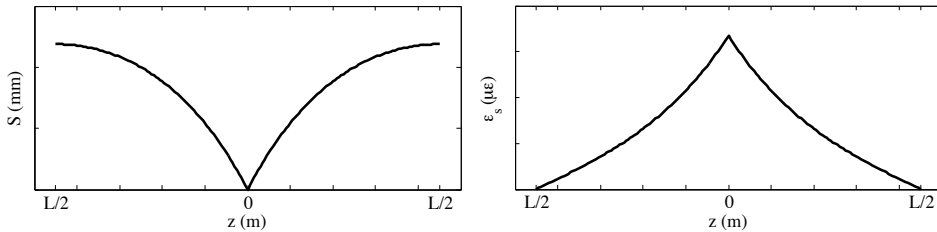


Figura 9.20: Variación del deslizamiento (izquierda) y de la deformación de deslizamiento (derecha) a lo largo de la luz de la viga híbrida con interacción parcial.

El disminución de la capacidad flectora ΔM debido a la flexibilidad del sistema de conexión puede determinarse a partir de:

$$\Delta M = \frac{h_p}{6h} E_p \varepsilon_s (2h_c A_f + h A_w) \tag{9.25}$$

Estas expresiones constituyen un punto de partida para el desarrollo de métodos más simples para la predicción del comportamiento de vigas híbrida con interacción parcial. En la referencia [26] se propone otra formulación más sencilla basada en los parámetros que caracterizan la acción combinada en una viga híbrida, cubriendo todos los tipos generales de cargas y de condiciones de apoyo. Los resultados experimentales han demostrado que el error de generalización no es significativo, incluso para vigas mixtas con una baja interacción por rasante. Por lo tanto, la expresión para la disminución de la capacidad de flexión es:

$$\Delta M = M_u \left[\frac{h_p E_p}{6(EI)_{co}} \xi (2h_c A_f + h A_w) \right] \tag{9.26}$$

donde M_u es la capacidad flectora de la viga híbrida considerando una interacción a rasante completa (véase ecuación 9.21), y el factor ξ se obtiene de la ecuación 9.15 o 9.16.

(c) Fallo a cortante del alma

Para el diseño del ala y del alma de *GFRP* para el fallo por rasante en el plano, la tensión crítica a cortante de las alas y el alma del perfil de pultrusión se toma como la tensión a cortante última en el plano del material de pultrusión, esto es: $\tau_{cr}^{shear} = \tau_{LT}$.

Si se asume la hipótesis conservadora de que el esfuerzo cortante de una viga híbrida se desarrolla en su totalidad en el alma, y su distribución es relativamente uniforme a lo largo de la profundidad del alma (d_w), la fuerza de corte crítica para un perfil homogéneo debido al fallo del material del alma es:

$$V_{cr}^{local} = \tau_{cr}^{local} \frac{I_p t_w}{Q} \approx \tau_{cr}^{local} A_w \tag{9.27}$$

donde Q es el primer momento de área en el punto de interés.

Es habitual que los fabricantes no proporcionen el dato de la resistencia a cortante en el plano de los perfiles de *GFRP*, debido a la complejidad que implica la determinación experimental de esta propiedad. Sin embargo, la resistencia interlaminar (o fuera de plano) a la cizalladura se registra generalmente y se puede utilizar en su lugar. No obstante, al ser un 30% más pequeña que la resistencia a cortante en el plano, el cálculo llevará a diseños excesivamente conservadores para los perfiles pultrusionados convencionales.

(d) Fallo por aplastamiento del alma

Los perfiles pultrusionados de *GFRP* son susceptibles al fallo por aplastamiento en los puntos de reacción y bajo cargas concentradas. Debido a la anisotropía del material compuesto, su resistencia a compresión en la dirección transversal $\sigma_{(c,T)}$, es aproximadamente cinco veces menor que en la dirección longitudinal. En el diseño para el fallo por aplastamiento del alma, la fuerza de aplastamiento crítica en la dirección transversal F_{cr}^{crush} puede calcularse utilizando la siguiente expresión:

$$F_{cr}^{crush} = \sigma_{c,T} A_{eff} \tag{9.28}$$

donde A_{eff} es el área efectiva sobre la cual se aplica la fuerza. Para un alma con alas sobresalientes en ambos lados (un perfil en forma de *I*) el área efectiva se obtiene como [3]:

$$A_{eff} = L_{eff} (t_w + 2t_f) \tag{9.29}$$

donde L_{eff} es la longitud efectiva de apoyo a lo largo de la viga, tomada como la anchura del soporte o de la longitud sobre la que se aplica la carga concentrada.

9.5. Conclusiones

Los últimos 30 años han traído consigo un constante y significativo aumento de los proyectos de ingeniería civil en los que se han utilizado perfiles estructurales pultrusionados de

fibra reforzada *PFRP*. Los factores determinantes que han contribuido a esta tendencia son las notables ventajas de este tipo de materiales compuestos, como son: una alta resistencia específica, una gran durabilidad y versatilidad, y, en última instancia un abaratamiento de los costes. Sin embargo, cuando se trata del diseño de nuevas estructuras utilizando únicamente *PFRPs*, las ventajas son en ocasiones eclipsadas por el hecho de que los perfiles tienen una rigidez reducida, son propensos al pandeo y tienen un comportamiento inherente frágil.

En este capítulo se ha presentado una nueva solución constructiva en la que los perfiles de *PFRP* están diseñados para trabajar en conjunto con un material tradicional como el hormigón armado, con el fin de lograr un mejor rendimiento en su comportamiento. Las vigas híbridas de hormigón armado y *PFRP* que se ensayaron en la campaña experimental, mostraron una mayor capacidad flectora respecto de las vigas de hormigón armado equivalentes, además de que su masa era casi la mitad. Se observó que el comportamiento estructural se basa -en cierta medida- en las características del sistema de conexión empleado entre los dos materiales. Además, cabe señalar que los especímenes no mostraron ningún tipo de fallo relacionado con la inestabilidad.

Los resultados experimentales y el método de diseño analítico propuesto, sugieren que los elementos estructurales híbridos de hormigón armado y *PFRP* pueden ser una solución viable para nuevas construcciones, como pisos de viviendas, vigas de puente, así como proyectos de rehabilitación.

9.6. Líneas futuras

La investigación ha puesto de manifiesto la necesidad de seguir trabajando antes de alcanzar una aplicación generalizada de las vigas híbridas de hormigón armado y *PFRP* en aplicaciones de infraestructura y construcción. Todavía deben elaborarse y publicarse códigos de diseño para estructuras de *FRP*, y extender su uso a la comunidad ingenieril. Además los sistemas de conexión tienen que mejorarse, el diseño de los elementos híbridos debe estar regido por las condiciones de resistencia y no por los criterios del estado límite de servicio, y por último, deben desarrollarse modelos numéricos que reproduzcan el comportamiento de los múltiples materiales constituyentes.

Agradecimientos El autor desea agradecer la ayuda obtenida mediante la beca FPI-UPC de la Universitat Politècnica de Catalunya - BarcelonaTech - Document CG 15/10 2011 y el apoyo recibido de PIGRA Ingeniería S.L. en el desarrollo de la campaña experimental.

Bibliografía seleccionada

Para obtener más información sobre el diseño y la mecánica de los perfiles de *FRP* pultrusionados, así como para otros tipos de materiales *FRP*, se aconseja al lector consultar la siguiente bibliografía [3, 5]:

- BANK L.C., *Composites for Construction: Structural Design with FRP Materials*. John Wiley Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2006.

- BARBERO E.J. *Introduction to Composite Materials Design*, Second Edition. Taylor Francis, Philadelphia, 2010.

En la siguiente referencia se expone el desarrollo de materiales *FRP* para el uso en puentes mediante elementos híbridos y totalmente de material compuesto [21].

- KELLER TH. Recent all-composite and hybrid fibre-reinforced polymer bridges and buildings. *Progress in Structural Engineering and Materials*, 3 (2001), 132-140.

En la siguiente referencia se presentan los métodos de ensayo actuales para la determinación de las características mecánicas de los materiales *FRP*, incluyendo el fundamento, metodologías, recomendaciones y normas específicas:

- HODGKINSON J.M. (ED.) *Mechanical testing of advanced fibre composites*. Woodhead Publishing Limited, Cambridge, 2000.

Dado que las estructuras híbridas de *PFRP* y hormigón armado y las estructuras mixtas de acero y hormigón tienen varios aspectos en común (por ejemplo las uniones roscadas), se recomienda la siguiente lectura [20]:

- JOHNSON R.P. *Composite Structures of Steel and Concrete*, Third Edition. Blackwell Publishing, 2004.

Referencias

- [1] ACMA. *Pre-Standard for Load Resistance Factor Design (LRFD) of Pultruded Fiber Reinforced Polymer (FRP) Structures*. American Composites Manufacturers Association, 2010.
- [2] ASCE. *Structural Plastics Design Manual, ASCE Manuals and Reports on Engineering Practice 63*. American Society of Civil Engineers, Reston, 1984.
- [3] BANK L.C. *Composites for Construction: Structural Design with FRP Materials*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2006.
- [4] BANSAL A., MONSALVE CANO J.F., OSORIO MUÑOZ B.O. AND PAULOTTO C. Examples of Applications of Fibre Reinforced Plastic Materials in Infrastructure in Spain. *Structural Engineering International* 20, 4 (2010), 414 – 417.
- [5] BARBERO, E. J. *Introduction to composite materials design, Second Edition*. CRC Press, Taylor & Francis, Florida, USA, 2011.
- [6] CANNING, L., HOLLAWAY, L., AND THORNE, A. An investigation of the composite action of an FRP/concrete prismatic beam. *Construction and Building Materials* 13, 8 (1999), 417 – 426.
- [7] CEN - EN 13706. *Reinforced plastic composites - Specifications for pultruded profiles*. European Committee for Standardisation, Brussels, 2002.
- [8] CHENG, L., AND KARBHARI, V. M. New bridge systems using FRP composites and concrete: a state-of-the-art review. *Progress in Structural Engineering and Materials* 8, 4 (2006), 143 – 154.
- [9] CLARKE, J. L (ED.). *Structural Design of polymer Composites. EUROCOMP Design Code and Handbook*. Routledge Chapman Hall, London, 1996.
- [10] CORREIA, J. R., BRANCO, F. A., AND FERREIRA, J. GFRP-concrete hybrid cross-sections for floors of buildings. *Engineering Structures* 31, 6 (2009), 1331 – 1343.
- [11] CORREIA, J. R., BRANCO, F. A., AND FERREIRA, J. G. Flexural behaviour of GFRP-concrete hybrid beams with interconnection slip. *Composite Structures* 77, 1 (2007), 66 – 78.
- [12] CREATIVE PULTRUSIONS INC. *The New and Improved Pultex Pultrusion Design Manual of*

- Standard and Custom FRP Structural Profiles. Volume 4 - Rev. 9.* Creative Pultrusions Inc., 2004.
- [13] EC2-1. *Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings.* European Committee for Standardisation, Brussels, 2002.
- [14] EC4-1. *Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures. Part 1.1: General rules and rules for buildings.* European Committee for Standardisation, Brussels, 2004.
- [15] FIBERLINE COMPOSITES A/S. *Fiberline Design Manual, Second Edition.* Denmark, 2003.
- [16] GIRHAMMAR, U. A. A simplified analysis method for composite beams with interlayer slip. *International Journal of Mechanical Sciences* 51, 7 (2009), 515 – 530.
- [17] GIRHAMMAR, U. A., AND GOPU, V. K. A. Composite Beam-Columns with Interlayer Slip - Exact Analysis. *Structural Engineering* 119, 4 (1993), 1265–1282.
- [18] HOLLAWAY, L. A review of the present and future utilisation of FRP composites in the civil infrastructure with reference to their important in-service properties. *Construction and Building Materials* 24, 12 (2010), 2419 – 2445.
- [19] HUTCHINSON, J. Shear coefficients for Timoshenko Beam Theory. *Applied Mechanics* 68, 1 (2001), 87–92.
- [20] JOHNSON, R.P. *Composite Structures of Steel and Concrete.* Blackwell Publishing, 2004.
- [21] KELLER, T. Towards structural forms for composite fibre materials. *Structural Engineering International* 9, 4 (1999), 297–300.
- [22] KHENNANE, A. A new design concept for a hybrid FRP-High strength concrete beam for infrastructure applications. In *Proceedings of the Fourth International Conference on FRP Composites in Civil Engineering, Zurich, Switzerland (CICE)* (2008).
- [23] NATIONAL RESEARCH COUNCIL OF ITALY. *Guide for the Design and Construction of Structures made of FRP Pultruded Elements.* Rome, 2008.
- [24] NEAGOE, C. A. Experimental study regarding the flexural behavior of RC beams retrofitted with unanchored CFRP plates. *Mathematical Modelling in Civil Engineering*, 4 (2012), 149–157.
- [25] NEAGOE, C. A., AND GIL, L. Experimental study of GFRP-concrete hybrid beams with partial interaction. In *Proceedings of the 17th International Conference on Composite Structures (ICCS17), Porto, Portugal* (2013), p. 157.
- [26] NIE, J., AND CAI, C. Steel-concrete composite beams considering shear slip effects. *Structural Engineering* 129, 4 (2003), 495–506.
- [27] NIE, J., FAN, J., AND CAI, C. Stiffness and deflection of steel-concrete composite beams under negative bending. *Structural Engineering* 130, 11 (2004), 1842–1851.
- [28] NORDIN, H., AND TÄLJSTEN, B. Testing of hybrid FRP composite beams in bending. *Composites Part B: Engineering* 35, 1 (2004), 27 – 33.
- [29] OEHLERS, D., AND COUGHLAN, C. The shear stiffness of stud shear connections in composite beams. *Journal of Constructional Steel Research* 6, 4 (1986), 273 – 284.
- [30] SMITH, S. J., PARSONS, I.D. AND HJELMSTAD, K D.. Experimental Comparisons of Connections for GFRP Pultruded Frames. *Journal of Composites for Construction* 3, 1 (1999), 20–26.
- [31] SMITH S.J., PARSONS I.D. AND HJELMSTAD K. D. Finite-element and simplified models of GFRP connections. *Structural Engineering* 175, 7 (1999), 748–768.
- [32] SOBRINO, J. A., AND PULIDO, M. D. G. Towards advanced composite material footbridges. *Structural Engineering International* 12, 2 (2002), 84–86.
- [33] STRONGWELL CORP. *Strongwell Design Manual.* Bristol, Virginia, 2007.
- [34] TURVEY, G. Bolted connections in PFRP structures. *Progress in Structural Engineering and Materials* 2, 2 (2000), 146–156.
- [35] UNE-EN 12390-3. Ensayos de hormigón endurecido - Parte 3: Determinación de la resistencia a compresión de probetas, 2009.