Modelado integral de reactores nucleares

Un enfoque conceptual



EI.

0

Gilberto Espinosa Paredes Alejandría D. Pérez Valseca

MODELADO INTEGRAL DE REACTORES NUCLEARES UN ENFOQUE CONCEPTUAL

GILBERTO ESPINOSA-PAREDES

ALEJANDRÍA D. PÉREZ-VALSECA

OmniaScience

Modelado integral de reactores nucleares. Un enfoque conceptual

Autores:

Gilberto Espinosa-Paredes* Alejandría D. Pérez-Valseca

Área de Ingeniería en Recursos Energéticos Universidad Autónoma Metropolitana - Iztapalapa México

gepe@xanum.uam.mx alepv@xanum.uam.mx

El libro fue financiado por CONAHCyT bajo el Proyecto de Ciencia Básica y de Frontera 2023-2024 con referencia CBF-2023-2024-2023.



ISBN: 978-84-128130-0-5

Depósito Legal: B 23404-2024

DOI: https://doi.org/10.3926/oss.40

© OmniaScience (Omnia Publisher SL) 2024

© Diseño de cubierta: OmniaScience

© Imagen cubierta: Gilberto Espinosa-Paredes y Alejandría D. Pérez-Valseca y OmniaScience, 2024.

OmniaScience no se hace responsable de la información contenida en este libro y no aceptará ninguna responsabilidad legal por los errores u omisiones que puedan existir.

ÍNDICE

Prólogo))	V
Capítul	lo 1. Introducción	1
1.1.	Antecedentes: Energía nuclear de potencia	1
1.2.	Energía nuclear de potencia en México	3
1.3.	Modelado y simulación de reactores nucleares	6
Capítul	lo 2. Análisis en reactores nucleares	13
2.1.	Reactor nuclear como sistema	13
2.2.	Escala del reactor nuclear	14
2.3.	Escala del núcleo del reactor	17
2.4.	Escala del ensamble de combustible	17
2.5.	Escala de subcanal	18
2.6.	Escala de una barra de combustible	20
2.7.	Escala de un elemento de combustible	20
2.8.	Microestructura de una pastilla de combustible	21
2.9.	Escala atómica	21
2.10.	Esquema conceptual multifísico y multiescala	22
Capítul	lo 3. Potencia en reactores nucleares	23
3.1.	Generación de potencia	23
3.2.	Densidad de potencia	23
3.3.	Teoría de difusión de neutrones	24
3.4.	Fuente de neutrones	25
3.5.	Absorción de neutrones	25
3.6.	Escape de neutrones	25

3.7.	Difusión en un medio uniforme	26
3.8.	Potencia total generada	26
3.9.	Flujo neutrónico	27
3.10	Densidad de neutrones como función del espacio y tiempo	27
3.11	Densidad neutrónica como función del tiempo	27
3.12	Concentración de precursores de neutrones	34
3.13	Significado de las ecuaciones de la cinética neutrónica	36
3.14	Distribución de potencia local	37
3.15	Enfoque conceptual de potencia en un reactor nuclear	39
Capítu	lo 4. Transporte de energía en el combustible nuclear	41
4.1.	Mecanismos de transferencia de calor	41
4.2.	Transferencia de calor en el combustible	42
4.3.	Descripción conceptual de una barra de combustible	43
4.4.	Modelo de transferencia de calor en la barra de combustible	43
4.5.	Perfiles radiales de temperatura	46
4.6.	Celdas de transferencia de calor en una barra de combustible	46
4.7.	Modelo de orden reducido	52
4.8.	Esquema conceptual	54
Capítu	lo 5. Termohidráulica en flujo en una fase	57
Capítu 5.1.	lo 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal	57 57
Capítu 5.1. 5.2.	lo 5. Termohidráulica en flujo en una fase	57 57 58
Capítu 5.1. 5.2. 5.3.	lo 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuación de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento	57 57 58 60
Capítu 5.1. 5.2. 5.3. 5.4.	lo 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuación de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento Ecuación de balance de energía	57 57 58 60 62
Capítu 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5.	lo 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuación de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento Ecuación de balance de energía Modelo de orden reducido	57 57 58 60 62 64
Capítu 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5. 5.6.	lo 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuación de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento Ecuación de balance de energía Modelo de orden reducido Diagrama conceptual	57 57 58 60 62 64 65
Capítu 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5. 5.6. Capítu	lo 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuación de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento Ecuación de balance de energía Modelo de orden reducido Diagrama conceptual lo 6. Termohidráulica en flujo en dos fases	57 57 58 60 62 64 65 67
Capítu 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5. 5.6. Capítu 6.1.	Io 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuación de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento Ecuación de balance de energía Modelo de orden reducido Diagrama conceptual Fenómenos de transporte en un subcanal Fenómenos de transporte en un subcanal	57 57 58 60 62 64 65 67 67
Capítu 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5. 5.6. Capítu 6.1. 6.2.	Io 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuación de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento Ecuación de balance de energía Modelo de orden reducido Diagrama conceptual Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuaciones de transporte en un subcanal	57 57 58 60 62 64 65 67 67 67
Capítu 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5. 5.6. Capítu 6.1. 6.2. 6.3.	Io 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuación de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento Ecuación de balance de energía Modelo de orden reducido Diagrama conceptual Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuaciones de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento	57 58 60 62 64 65 67 67 67 69 70
Capítu 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5. 5.6. Capítu 6.1. 6.2. 6.3. 6.4.	Io 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuación de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento Ecuación de balance de energía Modelo de orden reducido Diagrama conceptual Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuaciones de balance de masa Ecuaciones de balance de energía	57 58 60 62 64 65 67 67 67 69 70 70
Capítu 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5. 5.6. Capítu 6.1. 6.2. 6.3. 6.4. 6.5.	Io 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuación de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento Ecuación de balance de energía Modelo de orden reducido Diagrama conceptual Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuaciones de balance de masa Ecuaciones de balance de energía Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuaciones de balance de energía Ecuaciones de balance de energía	57 58 60 62 64 65 67 67 67 69 70 70 70
Capítu 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5. 5.6. Capítu 6.1. 6.2. 6.3. 6.4. 6.5. 6.6.	Io 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuación de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento Ecuación de balance de energía Modelo de orden reducido Diagrama conceptual Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuaciones de balance de masa Ecuaciones de balance de energía Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuaciones de balance de energía Ecuaciones de balance de energía Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuaciones de balance de energía Fases e interfaces Método de escalamiento	57 58 60 62 64 65 67 67 67 69 70 70 70 71 73
Capítu 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5. 5.6. Capítu 6.1. 6.2. 6.3. 6.4. 6.5. 6.6. 6.7.	Io 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuación de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento Ecuación de balance de energía Modelo de orden reducido Diagrama conceptual Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuaciones de balance de masa Ecuaciones de balance de energía Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuaciones de balance de energía Método de escalamiento Ecuaciones escaladas de flujo en dos fases	57 58 60 62 64 65 67 67 69 70 70 70 71 73 76
Capítu 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5. 5.6. Capítu 6.1. 6.2. 6.3. 6.4. 6.5. 6.6. 6.7. 6.8.	Io 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuación de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento Ecuación de balance de energía Modelo de orden reducido Diagrama conceptual Io 6. Termohidráulica en flujo en dos fases Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuaciones de balance de energía Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuaciones de balance de energía Fases e interfaces Método de escalamiento. Ecuaciones escaladas de flujo en dos fases	57 58 60 62 64 65 67 67 67 69 70 70 70 71 73 76 78
Capítu 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5. 5.6. Capítu 6.1. 6.2. 6.3. 6.4. 6.5. 6.6. 6.7. 6.8. 6.9.	Io 5. Termohidráulica en flujo en una fase Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuación de balance de masa Ecuación de balance de cantidad de movimiento Ecuación de balance de energía Modelo de orden reducido Diagrama conceptual Io 6. Termohidráulica en flujo en dos fases Fenómenos de transporte en un subcanal Ecuaciones de balance de masa Ecuaciones de balance de energía Fases e interfaces Método de escalamiento Ecuaciones escaladas de flujo en dos fases Coeficientes escalados de flujos separados Flujo homogéneo	57 58 60 62 64 65 67 67 67 70 70 70 71 73 76 78 82

Capítul	o 7. Fenómenos inherentes de retroalimentación	85
7.1.	Retroalimentación en un reactor nuclear	85
7.2.	Reactividad por efecto físico	86
7.3.	Coeficiente de reactividad por temperatura del moderador	86
7.4.	Reactividad por efecto Doppler	87
7.5.	Reactividad por fracción de vacíos	88
7.6.	Reactividad por barras de control	89
7.7.	Reactividad inherente en reactores rápidos	90
7.8.	Temperatura puntual y escalada	91
7.9.	Diagrama conceptual de la reactividad	92
Capítul	o 8. Análisis conceptual de reactores nucleares	95
8.1.	Método de análisis	95
8.2.	Tipo de reactor	96
8.3.	Tipos de refrigerante y moderador	97
8.4.	Análisis de la geometría del núcleo	97
8.5.	Análisis de los fenómenos neutrónicos	100
8.6.	Análisis de transferencia de calor en el combustible nuclear	100
8.7.	Coeficiente de transferencia de calor	101
8.8.	Análisis de los procesos termohidráulicos	103
8.9.	Análisis de reactividad inherente	103
8.10.	Acoplamiento nuclear y termohidráulico	104
8.11.	Diagrama conceptual de la metodología	106
Referencias bibliográficas		107
Acrónimos		111
Nomen	clatura	113
Autores		

PRÓLOGO

Este libro es el resultado de un trabajo exhaustivo que solo ha sido posible gracias a los más de cuarenta años de estudio de reactores nucleares por parte del Prof. Gilberto Espinosa Paredes, así como a la formación de más de 30 estudiantes de posgrado y un número similar de pregrado. Esta experiencia ha dado lugar a un profundo conocimiento en el modelado matemático, la resolución numérica y su implementación computacional, permitiendo simular escenarios complejos y comprender el comportamiento del reactor y los efectos que lo retroalimentan. Dada la complejidad del tema, es indispensable una visión integral, como la que se ofrece en este libro.

Los fenómenos neutrónicos, la transferencia de calor en el combustible y la termohidráulica son fundamentales para describir el comportamiento de un reactor nuclear de cualquier generación, y se presentan aquí de manera universal, lo que constituye una de las principales contribuciones de esta obra. La Dra. Alejandría D. Pérez Valseca, discípula del Prof. Espinosa en la UAM y del Prof. Janne Wallenius en el KTH de Suecia, ha realizado una valiosa contribución a este libro, destacando la relevancia tecnológica actual, especialmente en el contexto del despliegue global de reactores nucleares pequeños.

Fis Alejandro Vázquez Rodríguez

Dr. Érick Gilberto Espinosa Martínez

CAPÍTULO

INTRODUCCIÓN

1.1. Antecedentes: Energía nuclear de potencia

La historia de la energía nuclear de potencia ha contribuido al desarrollo de la humanidad desde hace más de 70 años. Considerando una enorme aportación a la generación de energía eléctrica sin emisión de gases de efecto invernadero, de no ser así, la situación mundial respecto al cambio climático sería más apremiante. De acuerdo con la Agencia Internacional de Energía, la generación eléctrica mundial se basa en un 83 % en el uso del carbón mineral, el petróleo y el gas, lo cual contribuye con el 98 % de los gases de efecto invernadero emitidos por este sector. Por otro lado, en un trabajo reciente, Kartonó y et al. reportaron en el 2023 que la aceptación del uso de la energía nuclear por parte de población en los países con centrales nucleares es del 38 %. Además, en algunos países ha sido considerada como energía limpia con la premisa de generar altas capacidades de energía eléctrica sin depender de las condiciones naturales, como son el viento, la lluvia y el sol, las cuales son propuestas importantes que requieren de inversión en investigación para el tema de almacenamiento de energía. El panorama mundial indica que existen países que han reactivado los programas de energía nuclear, como es el caso de Francia y Suecia, haciendo frente al desmantelamiento de centrales nucleares como parte del ciclo de vida desde la cuna hasta la muerte e invirtiendo en investigación y desarrollo en nuevas tecnologías de reactores nucleares. Actualmente, en todo el mundo hay un despliegue de centrales nucleares en construcción, especialmente en los países de Asia. Pero se sabe que es insuficiente, porque para lograr un mundo con emisiones aceptables que contribuya a la conservación ambiental, se necesita una producción de energía eléctrica en el mundo de al menos el 60 % con reactores nucleares, en los próximos 60 años.

No obstante, se prevé que, a corto y mediano plazo, la formación de recursos humanos en el área de energía nuclear de potencia será un tema crucial, debido a que estamos entrando a lo que se puede llamar una revolución tecnológica de la energía nuclear de potencia con los reactores nucleares de Generación IV. Son seis propuestas tecnológicas de acuerdo con el GIF, se proponen dos reactores refrigerados con gas, uno de alta temperatura y otro de muy alta temperatura; dos refrigerados con metales líquidos, uno de plomo y otro de sodio; un reactor de sales fundidas donde el combustible nuclear es un pseudo líquido y al mismo tiempo es el refrigerante; finalmente una propuesta de un reactor de agua super-crítica con una idea similar a los reactores BWR de ciclo directo. La eficacia de estos reactores es de alrededor del 40 %, y su diseño considera una seguridad mucho mayor con escenarios de construcción en menor tiempo, disminución de producción de desechos radiactivos con ciclos de combustible cerrados, y mayor resistencia a la proliferación.

Las tecnologías de combustible nuclear también constituyen propuestas diferentes con respecto a los reactores actuales, algunos de ellos usan el concepto de TRISOS y otros, como se mencionó, combustible pseudo líquido, además de los que siguen una línea similar a los actuales con barras de combustible. Los recubrimientos de los combustibles se diseñan para evitar la descomposición química y por lo tanto la producción de hidrógeno como es el caso del óxido de zirconio (ZrO₂), cuando se alcanzan temperaturas que lo producen. También es importante mencionar que tres tecnologías de reactores nucleares Generación IV, están diseñadas para operar a presiones prácticamente atmosféricas, y otros dos a relativamente bajas presiones, excepto el de presión supercrítica.

En general, los reactores nucleares de Generación IV representan una oportunidad para construir reactores pequeños con capacidades instaladas de hasta 300 [MWt]

y microreactores de hasta 10 [MWt], todo ello representa una revolución en la energía nuclear de potencia porque también representan sistemas para propósitos diversos además de la generación de energía eléctrica, por ejemplo, potabilizar agua contaminada y llevarla a grado alimenticio, producción de hidrógeno rosa que se produce a partir de agua y con energía nuclear por un método de electrólisis o calor generado para usos industriales.

Los reactores de Generación III+ son desarrollos actuales con características de seguridad que incorporan sistemas pasivos de seguridad, aplicando los principios de convección natural. Los sistemas pasivos son una respuesta tecnológica de seguridad ante los acontecimientos de falta de energía eléctrica para refrigeración del núcleo, especialmente para remover el calor residual del reactor cuando este se encuentra en modo apagado después de estar operando. Los reactores de Generación III son desarrollados desde los años 90, con vida útil hasta de 60 años, que presentan mejoras tecnológicas respecto a los reactores de Generación II, mejorando su disponibilidad. La Generación II corresponde a los reactores nucleares de los años 70 y 80, donde muchos de ellos siguen en operación comercial con programas de mejoras tecnológicas y aumentos de potencia de hasta el 20 % con respecto a su diseño inicial; inclusive la vida útil se puede licenciar para operarla hasta 30 años más. Los reactores de Generación I son los reactores que fueron construidos con las ideas desarrolladas en los años 40, entrando en operación en los años 50 y 60, principalmente para investigación.

Todas las generaciones de reactores nucleares presentan características importantes, incorporando innovaciones tecnológicas y mejorando los parámetros de seguridad. Sin embargo, exceptuando a la Generación IV, los principios básicos de operación son los mismos, pero es importante hacer notar que las tecnologías que incorporan sistemas pasivos tienen como objetivos simplificar los sistemas existentes de seguridad y eliminar elementos activos.

1.2. Energía nuclear de potencia en México

Es importante contextualizar el caso de México en el panorama mundial de la energía nuclear de potencia para la generación de energía eléctrica, porque esta obra se gestó hace más de 45 años con la enseñanza y aprendizaje de estudiantes mexicanas y mexicanos, así como para estudiantes que entiendan el idioma español, prácticamente en todo el continente americano, y en menor proporción en otras latitudes.

Desde principios de la década de 1950 se empezaron a asentar las bases institucionales para el estudio e investigación de la tecnología de fisión nuclear en México. Durante la década de 1960, el proyecto científico más importante en México fue la construcción en 1964 del Centro Nuclear (hoy ININ) en Salazar, Estado de México. Apenas dos años después, se realizó el proyecto de un Acelerador Tándem Van de Graaff de iones positivos y desde 1968 se cuenta con un reactor subcrítico del tipo TRIGA Mark III.

La Central Nuclear de Laguna Verde (CNLV) es la única planta de generación de energía nuclear en México, cuya historia se remonta a mediados de la década de 1950, en el marco del programa "Átomos para la Paz" de los Estados Unidos Americanos y Naciones Unidas. Posteriormente, en 1966, la Comisión Federal de Electricidad (CFE) inició un estudio de factibilidad para instalar una central nuclear en México, y en 1968 se formalizó la instalación de una planta con un reactor de 654 [MWe] en Laguna Verde, Veracruz. Sin embargo, no fue hasta 1976 que se inició la construcción de la obra. En 1982, un recorte presupuestario ralentizó el ritmo de construcción de la primera unidad y suspendió los trabajos de la unidad dos.

La Central Nuclear de Laguna Verde consiste en dos reactores nucleares BWR, que se refieren a ellos como Unidad 1 y Unidad 2. La Unidad 1 entró en operación en julio de 1990 y la Unidad 2 en abril de 1995. Estas unidades fueron licenciadas por la Comisión Nacional de Seguridad Nuclear y Salvaguardas (CNSNS), el órgano regulador mexicano, para operar durante 30 años. No obstante, la ausencia explícita en los programas de planeación energética nacional de la construcción de nuevas centrales de energía nuclear, permitió inversiones importantes para el aumento del 20 % de potencia eléctrica respecto a la de diseño de las Unidades 1 y 2, donde se llevaron a cabo trabajos de rehabilitación y modernización de las dos unidades. Actualmente las dos unidades fueron licenciadas para operar 30 años más bajo estas nuevas condiciones de aumento de potencia. Es importante señalar que la repotenciación al 20 % de la Central Nuclear de Laguna Verde, se conoce como Aumento de Potencia Extendida que permitirá operar a la Unidad 1 hasta el año 2050 y la Unidad 2 hasta el año 2055.

Respecto a la formación de recurso humano, en México se han establecido instituciones educativas, entre las que destacan la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM), Instituto Politécnico Nacional (IPN), la Universidad Autónoma de Zacatecas (UAZ) y la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). En la UAM se forman recursos humanos de pregrado en Ingeniería en Energía en el área nuclear desde hace casi 50 años y de posgrado desde hace 10 años. En México, también existen instituciones paraestatales enfocadas, aunque no exclusivamente, en la tecnología de fisión nuclear, como el Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares (ININ) y el Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE –hoy INEEL–) que son emblemáticas por contribuir a la solución de problemas técnicos en la Central Nuclear Laguna Verde, y para ello se desarrollan proyectos científicos y tecnológicos. La formación de recursos humanos de posgrado y algunos proyectos de investigación en el campo al que nos referimos son financiados por el Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnología (CONAHCyT) del gobierno mexicano.

Las instituciones educativas y paraestatales antes mencionadas son el soporte tecnológico de la Central Nuclear de Laguna Verde y de la Comisión Nacional de Seguridad Nuclear y Salvaguardias. En conjunto, las instituciones educativas, las instituciones de investigación, la CFE y la CNSNS constituyen el núcleo fundamental del desarrollo de la tecnología de fisión nuclear en México.

Además, en nuestro país, se han desarrollado proyectos tecnológicos en torno a la Central Nuclear de Laguna Verde, donde se puede mencionar el desarrollo, por parte del IIE, del simulador de alcance total para entrenamiento y reentrenamiento de operadores de la Central, el desarrollo de códigos mexicanos para análisis de transitorios y de estabilidad con métodos novedosos, entre otros proyectos de gran relevancia. También, en las etapas de recarga de combustible y el Aumento de Potencia Extendida, en donde se involucraron instituciones de investigación y universidades, entre las que destaca el extinto IIE, el ININ, la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM) y el Instituto Politécnico Nacional (IPN).

Además de todo lo anterior, la Sociedad Nuclear Mexicana creada en 1988 ha sido el espacio más importante para que estudiantes, académicos e investigadores presenten avances y desarrollos en un congreso anual. Hace unos años se creó la Red Mexicana de Educación, Capacitación e Investigación Nuclear (REMECIN), que, en colaboración con diferentes instituciones gubernamentales y educativas, facilita la cooperación en materia de investigación, educación y capacitación en tecnología nuclear en el país.

En el ámbito internacional, se ha reconocido que México tiene una larga experiencia con dos reactores nucleares de agua ligera (BWR), cuenta con un Organismo Regulador y una Empresa Eléctrica experimentada para retomar el posible despliegue de nuevos reactores. Las nuevas tecnologías y los reactores nucleares pequeños modulares (SMR) son de interés, para lo cual cuenta con instituciones educativas para continuar formando los recursos humanos requeridos e institutos de investigación con los conocimientos y habilidades para enfrentar los desafíos que presentan las nuevas tecnologías nucleares. Académicos e investigadores han estado participando en proyectos internacionales del Organismo Internacional de Energía Atómica (OIEA) y la Agencia de Energía Nuclear (NEA) dentro de los países de OCDE, para mantenerse actualizados sobre los avances en el área nuclear.

1.3. Modelado y simulación de reactores nucleares

El motivo de esta obra es exponer en forma conceptual tres disciplinas imprescindibles para entender el comportamiento de los reactores nucleares de potencia, a través de modelado matemático para simulación numérica. Las tres disciplinas son la física de reactores nucleares, la termohidráulica, que corresponde a la ciencia de los termofluidos y la transferencia de calor en el combustible nuclear, los cuales deben abordarse en forma multidisciplinar.

Esta obra se limita al análisis dinámico de reactores nucleares en donde los transitorios suelen ser de minutos hasta de horas, dependiendo del tipo de reactor. Es importante esta acotación porque los efectos del consumo de masa y perfiles de potencia en tiempos cortos son prácticamente despreciables; por lo tanto, los efectos de quemado de combustible no son abordados.

La generación de potencia térmica está intimamente descrita en términos de los procesos neutrónicos de dispersión y absorción, en donde los reactores nucleares están diseñados para que las absorciones de neutrones favorezcan las reacciones de fisión, dando lugar a fragmentos de fisión, neutrones y energía. Estos fragmentos aportan, en forma de energía cinética, hasta el 80 % de la energía en la escala atómica, que después, por mecanismos de colisiones, producen energía calorífica que se manifiesta como un aumento de temperatura en el combustible. Conociendo los mecanismos de transferencia de calor por transporte molecular, saltamos de la escala atómica a la escala de la hipótesis del continuo para determinar el campo de temperaturas en el combustible nuclear, que puede ser una barra o una esfera dependiendo del tipo de reactor.

El calor generado en forma de potencia térmica se transporta a través de un refrigerante por mecanismo convectivo, que permite determinar el campo de

temperaturas del refrigerante. Las temperaturas del combustible y del refrigerante representan los efectos de retroalimentación inherentes con los procesos neutrónicos, donde se puede observar que los procesos son multifísicos y multiescala, originando usar el término *acoplamiento de escalas*, partiendo desde la escala atómica a la escala del continuo.

En el **Capítulo 2**, se presenta un análisis detallado de los fenómenos que involucra un reactor nuclear y las escalas involucradas, por lo pronto, para dar una idea conceptual del problema, en la **Figura 1.1** se presenta un núcleo de un reactor de cuarta generación enfriado con metales líquidos, que presenta tres aspectos importantes: Procesos neutrónicos, procesos de transferencia de calor en el combustible y procesos de transferencia de calor en el refrigerante. No obstante, existe un cuarto aspecto que es estrictamente de acoplamiento para los efectos de retroalimentación, el cual, para este fin, en este libro se utiliza la reactividad que se ha definido como función del tiempo, pero también se presenta una aproximación del espacio tiempo.



Figura 1.1. Diagrama conceptual de los procesos en un reactor nuclear.

Establecimos el análisis en escala atómica y del continuo, las cuales no son suficientes para describir el comportamiento de un reactor nuclear, porque estas escalas no obedecen a la escala del reactor, es decir, la escala de instrumentos de registro y medidores de un reactor en una central nuclear. Si bien, en este libro no se aborda con el lujo de detalle que se merece, se hace mención, porque los procedimientos para transitar de la escala del continuo a la escala del reactor lo requiere, de un método de escalamiento.

El escalamiento se presenta en este libro utilizando el método de escalamiento, como se ha aplicado, desde la década de los años 50, en flujo en dos fases para describir procesos en reactores del tipo BWR. Actualmente, este método se ha ido sistematizando con trabajos de medio poroso con aplicaciones en geociencias, por citar un ejemplo.

Para presentar una idea conceptual, en la **Figura 1.2** se representan, para el mismo reactor, diferentes escalas, desde el núcleo del reactor, pasando a una escala menor que es un conjunto de ensambles de combustible con diferentes enriquecimientos y ensambles de barras de control, y la última escala aún menor es una muestra representativa que se utiliza para escalar el sistema del continuo a la escala del reactor.



Figura 1.2. Escalas conceptuales de un reactor nuclear de cuarta generación.

Aplicando el método de escalamiento, se obtienen ecuaciones escaladas representadas por coeficientes escalados que deben obtenerse con un modelo de celda representativa, como se ilustra en la **Figura 1.3**.

En el **Capítulo 3** se presenta, como punto de partida, la generación de potencia establecida en términos de parámetros nucleares, cuyo objetivo es inducir al lector a esta conexión tan estrecha entre la generación de potencia y los procesos neutrónicos, a partir de la teoría más simple que es la difusión de neutrones monoenergéticos, la cual involucra los fenómenos de tasas de cambio del flujo neutrónico con el tiempo y espacio, incluyendo escape, absorción y fuente de neutrones instantáneos y retardados.

Aplicando principios matemáticos, se separan los efectos temporales y los espaciales, con la idea de deducir las ecuaciones de la cinética neutrónica puntual en términos de una variable, permitiendo establecer por un lado los fenómenos inherentes de reactividad, pero también representa una estrategia de acoplamiento. También se presenta el modelo matemático para estimar el flujo neutrónico (o densidad neutrónica) como una función espacial en términos de reactividad. Este capítulo está dedicado a matizar los aspectos relativos a definiciones ampliamente usadas en física de reactores, con la idea que los estudiantes se doten de estos principios.

Los fenómenos de transferencia de calor en el combustible nuclear, donde la densidad de potencia o término fuente por unidad de volumen es de origen



Figura 1.3. Celda para obtener los coeficientes escalados de un reactor nuclear.

nuclear, se presentan y se describen en el **Capítulo 4.** Se discuten las hipótesis y suposiciones fundamentales y se establece un modelo basado en la ecuación de conducción de calor con la ecuación constitutiva de Fourier.

Se presenta el enfoque homogéneo, considerando al combustible nuclear como un pseudo material, con propiedades efectivas del producto de la capacidad calorífica y la densidad, así como la conductividad térmica. También es presentado el enfoque por regiones, considerando que una barra de combustible está compuesta por tres tipos de materiales con propiedades específicas. Un método de solución numérica se expone en forma detallada, y se ejemplifica para el caso de un reactor BWR típico, pero puede ser aplicado a otro tipo de reactores y geometrías de combustible. Finalmente, se deduce matemáticamente un modelo de orden reducido representado por una ecuación diferencial ordinaria dependiente en el tiempo.

En el ámbito de los modelos numéricos para simulación, a las soluciones representadas por ecuaciones diferenciales parciales, se les conoce como modelos de parámetros distribuidos y respecto al modelo puntual se usa el término de parámetros concentrados. En realidad, se hace referencia para el primer caso a un modelo de más de una dimensión, y en el segundo caso hace referencia a un modelo de cero dimensiones.

El **Capítulo 5** está dedicado a la termohidráulica de flujo en una fase, que puede ser líquido o gas, y se refiere a los balances de masa, energía y cantidad de movimiento en el refrigerante, para determinar temperaturas, presiones o velocidades. Los modelos están representados en términos de variables independientes del tiempo y el espacio, que permite derivar un modelo de orden reducido. Para aplicar este tipo de modelado, se necesita conocer las estructuras del núcleo del reactor, es decir, el arreglo de los ensambles de combustible para obtener los parámetros hidráulicos, como son el área de flujo y el diámetro equivalente. Este tipo de enfoque se conoce como análisis de canal, que representa una simplificación importante dada la complicada configuración de los reactores nucleares (ver **Capítulo 8**).

La termohidráulica de flujo en dos fases es importante para describir reactores del tipo BWR, donde el refrigerante en la parte inferior del núcleo es flujo en una fase líquida y después, por el proceso de cambio de fase, el refrigerante es flujo en dos fases. Para describir estos fenómenos, se dedica el **Capítulo 6**.

Un flujo en dos fases es un sistema heterogéneo donde las fases están en movimiento. Además de las temperaturas, presiones y velocidades de cada una de las fases, existe un tema fascinante que son los fenómenos de transporte interfacial, donde ésta se desplaza en la dirección normal a una diferente velocidad que la de la fase gas y la fase líquida. En esta interfaz se manifiestan fenómenos de transporte de masa y energía, además de cantidad de movimiento. Se hace una descripción de un canal que exhibe diferentes patrones de flujo posibles en un reactor BWR. Después, se presentan las ecuaciones de balance de masa, cantidad de movimiento y energía que gobiernan las fases e interfaces, estableciendo que no podemos resolverlas porque no se pueden establecer las condiciones de frontera de la fase dispersa en otra en movimiento. Además de las variables de temperaturas, velocidades y presiones, la fracción de vacíos es una variable adicional para este tipo de reactores. Aplicando métodos de escalamiento descritos en este capítulo, se pueden generar un conjunto de ecuaciones acopladas con los fenómenos interfaciales, siendo el enfoque más completo el modelo de flujos separados, que constituye un conjunto de seis ecuaciones, para describir efectos de no equilibro termodinámico, no equilibrio mecánico y velocidades diferentes de las fases.

Este modelo es complicado porque las ecuaciones constitutivas son diferentes para cada patrón de flujo. El enfoque menos complicado es una aproximación que puede aplicarse considerando flujo homogéneo, que en el argot de flujo en dos fases significa que las velocidades de las fases son iguales, y se puede construir un modelo de tres ecuaciones cuya escala es mayor que el modelo de flujo separados, y constituyen un pseudo fluido con propiedades efectivas y equilibrio termodinámico y mecánico. No obstante, se pueden construir variantes a partir del modelo de seis ecuaciones. Por ejemplo, si el efecto de no equilibrio es importante, se puede considerar un modelo de dos ecuaciones de energía, dos de masa y una de cantidad de movimiento que implica equilibrio mecánico. En este capítulo, también se presenta otra aproximación que se deriva del modelo de dos fluidos y el modelo de flujos relativos, para considerar las velocidades de las fases diferentes, no equilibrio termodinámico y varios patrones de flujo en forma directa. Este enfoque fue introducido a principios de los años 60. Como en los capítulos anteriores, se presenta un modelo de orden reducido para flujo en dos fases.

El **Capítulo 7** surge de la necesidad de dedicar una descripción detallada del fenómeno de reactividad, dado que su complejidad conceptual permite establecer su importancia en el análisis de reactores nucleares. El tema de reactividad por fenómenos inherentes es posible entenderlo haciendo una recapitulación de los fenómenos descritos anteriormente (**Capítulo 3-6**), debido a que involucra generación de potencia, temperaturas de combustible, temperaturas del refrigerante y fracción de volumen que ocupa la fase vapor. Se establece un coeficiente de reactividad para definir las reactividades por efectos inherentes como son las temperaturas de combustible y refrigerante, así como la fracción de vacíos con descripciones directas y sencillas.

Finalmente, en el **Capítulo 8** se presenta el análisis conceptual de reactores nucleares desde un punto de vista metodológico, el cual considera el tipo de refrigerante, el canal representativo (obtenido del arreglo del ensamble de combustible) para estudiar los fenómenos de transporte en el refrigerante, conociéndose este enfoque como análisis de canal. Por otro lado, considerando el tipo de combustible nuclear, la generación de potencia de origen neutrónico y el refrigerante, con los efectos de retroalimentación, se pueden establecer estrategias de acoplamiento entre estos modelos para simulación, el cual es un proceso complicado debido a la multiescala y procesos multifísicos presentes.

Capítulo 2

ANÁLISIS EN REACTORES NUCLEARES

2.1. Reactor nuclear como sistema

El análisis de un sistema se refiere al estudio detallado de cada una de las partes que lo componen. En los reactores nucleares, el análisis puede ser llevado a cabo desde diferentes perspectivas y el nivel de detalle depende de la escala del sistema y el fenómeno que se esté analizando.

Las escalas de longitud características de un reactor nuclear, desde un punto vista jerárquico, permiten entender la complejidad del sistema nuclear y de los diversos procesos a diferentes escalas. La idea de analizar los fenómenos que suceden a escalas nucleares y su manifestación en la macroescala, pasando por la escala molecular, establece que los procesos en un reactor nuclear son multifísicos y multiescala, cuya idea de estos dos términos implica la interacción fenomenológica entre diferentes escalas.

Las principales escalas que se pueden considerar de la macroescala a la microescala son: reactor nuclear, núcleo del reactor, ensamble de combustible, subcanal, barra de combustible, elemento de combustible, microestructura de la pastilla y la escala atómica.

2.2. Escala del reactor nuclear

Una central nuclear es una instalación industrial en la que se genera energía eléctrica a partir de la energía nuclear. Para utilizar la energía nuclear se hace uso de un reactor nuclear, el cual es un sistema en donde se producen las reacciones de fisión nuclear de manera controlada y sostenida, y es ahí en donde se encuentra el combustible nuclear. La energía que se libera de los procesos de fisión se transforma en calor y es removida utilizando un refrigerante. Una vez que se remueve el calor, el refrigerante pasa a través de un generador de vapor. Una vez generado el vapor, éste es utilizado para mover una turbina y generar electricidad (**Figura 2.1**). No obstante, un reactor de ciclo directo es el reactor de agua en ebullición (BWR), en el cual el vapor se genera en el mismo reactor y pasa directamente a la turbina.

Los reactores nucleares cuentan con sistemas para controlar las reacciones de fisión y a su vez la potencia; estos sistemas incluyen las barras de control y, en algunos casos, sistemas pasivos.



Figura 2.1. Principales componentes de una central nuclear.

En el mundo de la física están establecidas tres escalas fundamentales: microescala, mesoescala y macroescala; sin embargo, en el contexto de un reactor nuclear establecer cada uno de estos puede ser factible, pero sin llegar a una explicación completa, por lo que hacemos un intento de establecer las escalas jerárquicas en un reactor nuclear como se presenta en la **Figura 2.2**. En esta figura, se presenta un reactor ABWR, que fue el primer reactor de Generación III. Se puede observar el reactor nuclear, el cual consiste en una vasija que contiene elementos internos y penetraciones de entrada y salida de flujo. Esto constituye la escala más grande de un reactor nuclear, pudiendo realizar un balance de energía de entrada y salida para estimar la potencia del reactor.

Este reactor sirve como ejemplo para ilustrar las escalas características. Puede medir más de 20 metros de altura y tener diámetros alrededor de 5 metros. En el interior de la vasija se presentan fenómenos de transporte de masa, energía y cantidad de movimiento, que presentan una conexión con los fenómenos a escala nuclear o atómica. De manera general, el reactor ABWR consiste en 10 bombas internas en el reactor, barras de control (pleno inferior), núcleo, separadores y secadores (pleno superior del núcleo). Independientemente del tipo de reactor, los componentes internos tienen una función crucial en el funcionamiento del reactor desde un punto de vista de operación normal, transitoria y de emergencia.



Figura 2.2. Escalas jerárquicas en un reactor ABWR (Generación III).

En esta escala, el análisis consiste en los equipos que conforman el reactor nuclear, los materiales y los fluidos de trabajo. De acuerdo con el tipo de tecnología, se pueden tener generadores de vapor dentro o fuera de la vasija, intercambiadores de calor, secadores de vapor, barras de control por la parte superior o inferior, bombas de recirculación, entre otros.

En la **Figura 2.3**, se presentan las escalas características de un Reactor nuclear de Generación IV. Este reactor es de lecho de esferas enfriado con helio, un reactor



Figura 2.3. Escalas jerárquicas de un reactor HTGR (Generación IV).

de alta temperatura, y las diferentes escalas muestran las características diferentes respecto a los reactores con barras de combustible.

2.3. Escala del núcleo del reactor

El núcleo de reactor es la parte esencial del reactor nuclear; es en donde se encuentra el combustible nuclear y se llevan a cabo las reacciones de fisión. La escala característica es estrictamente del mismo orden de magnitud de ancho o de radio que la vasija, pero su altura es un orden de magnitud menor; ambos se pueden explicar muy bien en la macroescala.

El núcleo del reactor se encuentra dentro de la vasija, y a pesar de que las reacciones de fisión se encuentran dentro del núcleo, los neutrones generados por la reacción y los retardados pueden escapar del núcleo hacia la vasija; sin embargo, a nivel atómico y desde un punto de vista del transporte de neutrones, este fenómeno carece de importancia en la parte superior o inferior de la vasija del reactor. Y al analizar el reactor, el estudio de la vasija del reactor puede ser abordado como otro sistema energético de generación de potencia, siendo el núcleo del reactor un elemento interno de características esenciales.

El enfoque conceptual en este libro está dedicado al núcleo del reactor y escalas de longitud inferiores, debido a que los fenómenos de transporte en el refrigerante y combustible nuclear son fundamentales para entender el comportamiento del flujo de neutrones y generación de potencia térmica.

Se puede observar que el corte transversal del núcleo tiene una fuerte similitud a un enjambre o un medio poroso uniforme (**Figura 2.2**), esto se debe a que el núcleo del reactor está hecho de decenas de miles de barras de combustible nuclear donde a través de él fluye el refrigerante.

2.4. Escala del ensamble de combustible

Los núcleos de los reactores nucleares, excepto algunos como los reactores de alta temperatura y combustible líquido, están compuestos por conjuntos de barras de combustible ordenadas simétricamente y entre ellas pasa el líquido refrigerante; a este conjunto se le conoce como ensamble. El arreglo de las barras de combustible puede ser cuadrado o triangular, dando como resultado ensambles cuadrados y hexagonales, respectivamente, como se muestra en la **Figura 2.4**.

Generalmente, el arreglo hexagonal se utiliza para reactores de espectro de neutrones rápido y el arreglo cuadrado para espectro de neutrones térmico. De acuerdo con la potencia del reactor, el núcleo está compuesto por cientos de ensambles, cuya escala de longitud característica es de un orden de magnitud inferior al núcleo del reactor.

2.5. Escala de subcanal

De acuerdo con el tipo de ensamble del reactor nuclear, el subcanal se definirá por la disposición geométrica de las barras de combustible (conocido como *pitch*) y el espacio entre ellas, es decir, por el tipo de arreglo. Por ejemplo, el núcleo del reactor de gas de alta temperatura consta de bloques moderadores de grafito que funcionan como elementos combustibles. Dentro de estos bloques, un arreglo hexagonal de columnas cilíndricas se llena alternativamente con combustible y helio refrigerante.

En los reactores de agua ligera, el refrigerante también sirve de moderador, y se presenta una relación combustible-agua pequeña, dando lugar a un pitch grande.



Figura 2.4. (a) canales en arreglo cuadrado; (b) canales en arreglo hexagonal.

En el caso de los reactores rápidos enfriados por metal líquido, no se requiere moderador y logran altas densidades de potencia con un arreglo hexagonal compacto de barras de combustible.

Para calcular los subcanales en un ensamble de combustible se considera que N_{fila} es el número de filas de un arreglo cuadrado, entonces el número total de barras está dado por N_{fila}^2 . El número de canales en el interior del ensamble está dado por $(N_{fila} - 1)^2$, y el número de subcanales en la frontera (bordes) del ensamble es $4(N_{fila} - 1)$, además, el número de subcanales en las esquinas del ensamble son 4. Por ejemplo, un arreglo cuadrado de 8 filas tiene un total de 64 barras, 49 canales en el interior y 28 canales en los bordes del ensamble.

Para subcanales de arreglo hexagonal, sea N_{anillo} el anillo de barras. El número total de barras está dado por $\sum_{n=1}^{N_{anillo}} 6n$. El número de barras por lado se obtiene con $(N_{anillo} + 1)$, el número de subcanales internos del ensamble se obtiene con $6N_{anillo}^2$ el número de subcanales en los bordes $6N_{anillo}$ y los subcanales en las esquinas son 6. Por ejemplo, para un anillo de barras de 9, el ensamble hexagonal está compuesto por un total de 271 barras, 10 barras por lado, 486 subcanales internos, 54 subcanales en los bordes (por lado sin incluir esquinas) y 6 subcanales en las esquinas del ensamble hexagonal.

Considerando lo anterior, los subcanales se pueden clasificar en tres tipos: los internos, los de los bordes del ensamble y los canales en las esquinas del ensamble. En la **Figura 2.4** se presentan los canales en un arreglo cuadrado y en un arreglo hexagonal.

Desde un punto de vista de ingeniería nuclear, los fenómenos termohidráulicos en un reactor nuclear se pueden analizar con varias aproximaciones que pueden incluir dimensión cero o más de una dimensión, con o sin interacción entre barras y canales, entre otros. Sin embargo, desde un punto de vista conceptual, con las características de los ensambles de combustible se puede estimar un *área de flujo* y con éste, estimar un *diámetro equivalente* para tratarlo como una tubería en donde circula un fluido. Así mismo, la distribución de calor a lo largo de la pared del canal se trata de forma no uniforme, que sigue el perfil de potencia del núcleo del reactor analizado.

Para ampliar estas ideas, en forma directa se puede estimar el comportamiento global del reactor considerando un canal promedio que representa a las decenas

de miles que hay en un reactor nuclear. Este método arroja estimaciones conservadoras en análisis de transitorios y seguridad en reactores nucleares.

Este enfoque es ampliamente aceptado en ingeniería nuclear porque permite desarrollar modelos matemáticos de orden reducido con ecuaciones de orden cero o puntuales, descritas por ecuaciones diferenciales ordinarias dependientes en el tiempo, o bien, para estudios unidimensionales con ecuaciones diferenciales parciales. Estos dos tipos de enfoque en forma hibrida se aplican a lo largo de este libro para derivar las ecuaciones gobernantes de los fenómenos del reactor.

2.6. Escala de una barra de combustible

Las barras de combustible están contenidas en los ensambles, y como su nombre lo indica, contienen el combustible nuclear. Las longitudes características de las barras de combustible son varias veces menores que el orden de magnitud del ensamble. En la **Figura 2.2** se representa una barra de combustible, la cual contiene en su interior las pastillas de combustible.

Típicamente, la barra está diseñada con tres regiones: la pastilla de combustible, el encamisado, el cual es un recubrimiento de zircaloy o alguna aleación de acero y, entre éste y el combustible, existe un espacio lleno de helio, conocido como *gap*, el cual ayuda a contrarrestar los efectos de expansión por alta temperatura. Desde un punto de vista de la transferencia de calor, estos tres materiales presentan distintas conductividades térmicas, y por lo tanto resistencias a la transferencia de calor.

2.7. Escala de un elemento de combustible

Ahora, realizando un acercamiento y un corte a una barra de combustible, en el interior se encuentran cientos de pastillas de combustible nuclear (**Figura 2.2**). Pueden ser de UO₂ u Pu-UO₂ con radios del orden de 10^{-3} [m] y alturas de 10^{-2} [m].

En algunos diseños de reactores, el combustible no se encuentra en forma de pastilla (**Figura 2.2**). También se puede encontrar en forma de esfera o prismática, la cual contiene las partículas de combustible TRISO (**Figura 2.3**), hechas de carburo de uranio revestido por varias capas de carbón pirolítico y dióxido de silicio.

2.8. Microestructura de una pastilla de combustible

Un acercamiento del orden de micras de la pastilla de combustible puede mostrar que se trata de un material sinterizado, pudiendo considerarlo como un medio poroso, como se ilustra en la **Figura 2.2**. Pero a una escala mucho más pequeña, digamos, en la molecular, la energía generada por las reacciones nucleares se transporta por mecanismo molecular. Esto significa que la escala molecular es muchas veces más pequeña que la escala de la microestructura.

2.9. Escala atómica

La fisión nuclear es el proceso mediante el cual el núcleo de un átomo fisil es dividido en dos núcleos más pequeños debido a la captura de un neutrón; en este proceso se liberan en promedio 2.5 neutrones y se libera del orden de 200 [MeV] en forma de energía cinética de los productos de reacción, como se ilustra en la **Figura 2.5**.



Figura 2.5. Reacción de fisión nuclear.

2.10. Esquema conceptual multifísico y multiescala

Las escalas jerárquicas características de un reactor se presentan en el diagrama esquemático de la **Figura 2.6**. Se puede observar la escala más grande de la macroescala a la microescala y de la microescala a la atómica. Estas ideas permiten realizar simplificaciones importantes que son útiles en el modelado matemático de los fenómenos multifísicos y multiescala.

Además, el mismo enfoque de escalas de longitud características se puede aplicar prácticamente para cualquier reactor nuclear, excepto para el reactor de sales fundidas debido a que el refrigerante es al mismo tiempo el combustible nuclear, ya que el combustible nuclear se encuentra en estado líquido.

Con estas ideas, en los siguientes Capítulos se presentarán los principales fenómenos en el reactor nuclear, los modelos y las herramientas de análisis, los cuales se aplican en las diferentes escalas del reactor.



Figura 2.6. Diagrama conceptual de escalas en reactores nucleares.

CAPÍTULO 3

POTENCIA EN REACTORES NUCLEARES

3.1. Generación de potencia

La distribución de potencia en un reactor nuclear se puede expresar como:

$$P_x(\mathbf{r},t) = q^{\prime\prime\prime}(\mathbf{r},t)V_x \tag{3.1}$$

En esta ecuación, la densidad de potencia térmica local e instantánea $q'''(\mathbf{r},t)$, es una función de la posición \mathbf{r} y el tiempo t, y V_x es el volumen del núcleo del reactor compuesto por ensambles de combustibles.

3.2. Densidad de potencia

La energía térmica depositada en el núcleo del reactor por unidad de volumen y por segundo es:

$$q^{\prime\prime\prime}(\mathbf{r},t) = w_f \Sigma_f \phi(\mathbf{r},t) \tag{3.2}$$

La energía por evento de fisión se representa por w_f , la sección eficaz microscópica de fisión por Σ_f y el flujo neutrónico $\phi(\mathbf{r},t)$.

3.3. Teoría de difusión de neutrones

Las ecuaciones de difusión de neutrones son una simplificación de las ecuaciones P_1 de la teoría de transporte. Considerando un *grupo de energía*, que significa que los neutrones presentan la misma velocidad, la distribución de neutrones en un reactor puede ser caracterizada por una densidad neutrónica $N(\mathbf{r},t)$ que representa el número de neutrones por unidad de volumen en una posición local \mathbf{r} en un tiempo t. El flujo neutrónico $\phi(\mathbf{r},t)$ es una representación típica de un reactor nuclear.

Considerando un volumen arbitrario V_s de área superficial *S*, localizado en cualquier lugar del núcleo del reactor. Entonces, la razón de cambio del número de neutrones en V_s , en un tiempo *t*, está dado por:

$$\int_{V_S} \frac{1}{v_n} \frac{\partial \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} dV = \int_{V_S} \frac{S(\mathbf{r}, t) dV}{\sum_{\substack{V_S \\ \text{Fuente de} \\ \text{neutrones en } V_S}} \frac{1}{V_S} \sum_{\substack{V_S \\ \text{Absorción de} \\ \text{neutrones en } V_S}} \frac{1}{V_S} \sum_{\substack{V_S \\ \text{Fuga de neutrones} \\ \text{a través de } S}} \frac{1}{V_S} \int_{V_S} \frac{1}{V_S} \frac{1}{V_S} \int_{V$$

Para convertir la integral de superficie en integral de volumen puede aplicarse el teorema de Gauss:

$$\int_{S} \mathbf{J}(\mathbf{r},t) \cdot d\mathbf{S} = \int_{V_{S}} \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r},t) \cdot dV$$
(3.4)

Sustituyendo en (3.3):

$$\int_{V_S} \left[\frac{1}{v_n} \frac{\partial \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - S(\mathbf{r}, t) + \Sigma_a(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}, t) + \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \right] dV = 0$$
(3.5)

Para cumplir con esta condición, el integrando debe ser cero:

$$\frac{1}{\nu_n}\frac{\partial\phi}{\partial t} - S(\mathbf{r},t) + \Sigma_a(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r},t) + \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r},t) = 0$$
(3.6)

La cual constituye una ecuación de balance de neutrones por unidad de volumen y unidad de tiempo.

3.4. Fuente de neutrones

La fuente de neutrones en un reactor nuclear está compuesta por los neutrones generados en la fisión (instantáneos) y los neutrones diferidos (retardados) generados por decaimiento de algunos productos de fisión

$$S(\mathbf{r},t) = \underbrace{(1-\beta)\nu\Sigma_{f}(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r},t)}_{\text{Neutrones de fisión}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{m}\lambda_{i}C_{i}(\mathbf{r},t)}_{\substack{\text{Neutrones} \\ \text{diferidos}}}$$
(3.7)

El término $1 - \beta$ es la fracción total de neutrones por fisión y v es el número promedio de neutrones producidos por fisión. Los precursores de neutrones diferidos (o retardados) son $C_i(\mathbf{r},t)$ y representa la concentración de algunos productos de fisión que decaen en neutrones con una constante de desintegración λ_i del *i*-ésimo precursor, y en la sumatoria, *m* representa el número total de precursores.

3.5. Absorción de neutrones

En un reactor nuclear existen reacciones de dispersión y absorción de neutrones, en la teoría de difusión de neutrones con un grupo de energía, los fenómenos de dispersión son inherentes. La reacción por absorción en la ecuación de balance es representada por $\sum_{a}(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r},t)$ y son aquellas absorciones de neutrones que no producen fisiones, y constituyen perdidas de neutrones. Por ejemplo, reacciones del tipo captura de neutrones (n, y).

3.6. Escape de neutrones

Los neutrones que pasan a través de un elemento de superficie $d\mathbf{S}$ en una posición \mathbf{r}_s es $\mathbf{J}(\mathbf{r},t) \cdot d\mathbf{S}$. El término de escape de neutrones aparece en la ecuación de balance y se define como $\nabla \mathbf{J}(\mathbf{r},t)$, donde $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$ es el vector corriente de neutrones. Este vector puede ser tratado como una ecuación constitutiva definida por:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r},t) = -D(\mathbf{r})\nabla\phi(\mathbf{r},t)$$
(3.8)

El coeficiente de difusión de neutrones esta dado por:

$$D(\mathbf{r}) = \frac{1}{3\Sigma_{tr}(\mathbf{r})}$$
(3.9)

Esta aproximación sugiere que la corriente de neutrones fluye desde regiones de alta a baja densidad de neutrones. Es plausible porque la tendencia de mayor frecuencia de dispersión ocurre en regiones de mayor densidad de neutrones.

3.7. Difusión en un medio uniforme

Una simplificación es asumir que el medio en el que se difunden los neutrones es uniforme, de tal forma que el coeficiente de difusión y la sección eficaz macroscópica de absorción no dependen de la posición **r**:

$$\frac{1}{\nu_n} \frac{\partial \phi}{\partial t} = D\nabla^2 \phi(\mathbf{r}, t) + S(\mathbf{r}, t) - \Sigma_a \phi(\mathbf{r}, t)$$
(3.10)

La solución está sujeta a condiciones iniciales $\phi_0(\mathbf{r}, t = 0)$ y condiciones de frontera $\phi(\mathbf{r}_0, t)$, para establecer un problema de valores de frontera.

3.8. Potencia total generada

La potencia térmica total generada por el núcleo del reactor es la integral de densidad de potencia sobre el volumen del núcleo:

$$P(t) = \int_{\Omega_c} q'''(\mathbf{r}, t) dV$$
(3.11)

donde el integrando está dado por $q'''(\mathbf{r},t) = w_f \Sigma_f \phi(\mathbf{r},t)$. La potencia total térmica instantánea generada en el núcleo del reactor $P_x(t)$, es una función del tiempo t.
En un reactor térmico en promedio, se requieren 3.1×10^{10} [fisiones/s], para producir un watt de potencia térmica [W₁]. Entonces, la potencia promedio generada en un reactor nuclear con neutrones térmicos es:

$$P_{x}[W_{t}] = \frac{V_{x} \langle \Sigma_{f} \rangle \langle \phi \rangle}{3.1 \times 10^{10}}$$
(3.12)

Donde $\langle \Sigma_{f} \rangle$ y $\langle \phi \rangle$ son valores promedio.

3.9. Flujo neutrónico

Considerando un *grupo de energía*, que significa que los neutrones presentan la misma velocidad *v*, el flujo neutrónico está dado por:

$$\phi(\mathbf{r},t) = v_n N(\mathbf{r},t) \tag{3.13}$$

Siendo $N(\mathbf{r},t)$ la densidad de neutrones local e instantánea, y representa el número de neutrones por unidad de volumen en la posición \mathbf{r} y el tiempo t.

3.10. Densidad de neutrones como función del espacio y tiempo

La densidad de neutrones local e instantánea se puede expresar como el producto de dos funciones, siendo una de ellas instantánea n(t) y otra local $\psi(\mathbf{r})$:

$$N(\mathbf{r},t) = n(t)\psi(\mathbf{r}) \tag{3.14}$$

La densidad de neutrones instantánea se obtiene con las ecuaciones puntuales de la cinética neutrónica, las cuales representan el comportamiento de la densidad neutrónica con dimensión cero. El término local representa la distribución de potencia en el reactor, la cual es prácticamente constante en tiempos cortos de análisis.

3.11. Densidad neutrónica como función del tiempo

Un reactor nuclear puntual es un modelo matemático de cero dimensiones, es decir es un punto que no tiene volumen, pero los parámetros que la representan son relevantes para describir la cinética neutrónica. La dinámica de reactores nucleares puede aplicarse para desarrollar estrategias de control, análisis de estabilidad y análisis de seguridad en escenarios simulados en condiciones transitorias. No obstante, este libro monográfico está dedicado al análisis transitorio de reactores nucleares en condiciones normales de operación y otras que pueden comprometer la seguridad del reactor. Esto debe traducirse a que las condiciones que imperan en un reactor como son temperaturas y presiones afectan el comportamiento del neutrón, y por lo tanto la potencia generada. Este tema se abordará más adelante en acoplamiento nuclear-termohidráulico en reactores nucleares.

El modelo de la cinética neutrónica puntual se puede deducir matemáticamente a partir de la teoría de difusión de neutrones para un reactor uniforme y un grupo de energía de neutrones. No obstante, a lo largo de este desarrollo aparecen conceptos fundamentales, que se deben comprender su significado físico en forma rigurosa, para realizar una interpretación correcta del alcance y limitaciones del modelo puntual.

Desde un punto de vista matemático $\phi(\mathbf{r},t)$, $S(\mathbf{r},t)$ y $C(\mathbf{r},t)$ pueden representarse como variables separables, con la idea de construir una solución con el producto de dos variables dependientes, una variable como función del tiempo t y otra variable como función de la posición **r**.

$$\phi(\mathbf{r},t) = v_n n(t) \psi(\mathbf{r}) \tag{3.15}$$

$$S(\mathbf{r},t) = s(t)\psi(\mathbf{r}) \tag{3.16}$$

$$C(\mathbf{r},t) = c(t)\psi(\mathbf{r}) \tag{3.17}$$

Sustituyendo en la Ec. (3.10), obtenemos:

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} = Dv_n n(t) \left(\frac{1}{\psi(\mathbf{r})}\right) \nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + s(t) - \Sigma_a v_n n(t)$$
(3.18)

La idea es obtener una ecuación diferencial ordinaria donde la densidad neutrónica es función del tiempo. Se puede observar en esta ecuación, que el primer término del lado derecho contiene un término $\psi(\mathbf{r})$, que depende de la posición. Cuando el flujo neutrónico no depende del tiempo, se obtiene la ecuación de Helmholtz:

$$-\frac{1}{\phi(\mathbf{r})}\nabla^2\phi(\mathbf{r}) = -\frac{\Sigma_a}{D}$$
(3.19)

La dependencia espacial corresponde a las funciones propias espaciales que están determinadas por la solución al problema de valores propios:

$$\nabla^2 \psi_n(\mathbf{r}) + B_n^2 \psi_n(\mathbf{r}) = 0 \qquad \text{para} \qquad \psi_n(\tilde{\mathbf{r}}_0) = 0 \qquad (3.20)$$

La cual es conocida como *Ecuación de Helmholtz*.

Para el modo fundamental, es decir n = 1,

$$B_1 = B_g \tag{3.21}$$

Corresponde al pandeo geométrico, el más representativo para el análisis de reactores nucleares. Entonces:

$$\frac{1}{\psi_n(\mathbf{r})} \nabla^2 \psi_n(\mathbf{r}) = -B_g^2 \tag{3.22}$$

La interpretación del pandeo geométrico es la forma geométrica del reactor nuclear. Es importante apuntar, que esta ecuación es una generalización de la Ec. (3.19).

Ahora, sustituyendo (3.22) en (3.18), se obtiene:

$$\frac{dn(t)}{dt} = -D\upsilon_n n(t) B_g^2 + s(t) - \Sigma_a \upsilon_n n(t)$$
(3.23)

Hasta este punto se ha logrado obtener una EDO donde la densidad neutrónica depende del tiempo n(t). No obstante, aún no constituye una ecuación de la cinética que pueda ser aplicable. Entonces, continuemos con el desarrollo: para obtener s(t) debemos sustituir las Ecs. (3.15) -(3.17) en $S(\mathbf{r},t)$ dada por la Ec. (3.7):

$$s(t) = \underbrace{(1-\beta)v\Sigma_f v_n n(t)}_{\text{Neutrones de fisión}} + \underbrace{\sum_{i=1}^r \lambda_i c_i(t)}_{\substack{\text{Neutrones diferidos}}}$$
(3.24)

Sustituyendo en (3.23), obtenemos:

$$\frac{dn(t)}{dt} = -Dv_n n(t) B_g^2 + (1-\beta)v\Sigma_f v_n n(t) + \sum_{i=1}^m \lambda_i c_i(t) - \Sigma_a v_n n(t) \qquad (3.25)$$

Podemos simplificar de la siguiente forma:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \Sigma_a \upsilon_n \left[-\frac{D}{\Sigma_a} B_g^2 + (1-\beta) \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a} - 1 \right] n(t) + \sum_{i=1}^m \lambda_i c_i(t)$$
(3.26)

donde

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} \tag{3.27}$$

La *longitud de difusión* L representa la distancia en promedio de la fuente en donde el neutrón es absorbido. Esto desde luego, dada una fuente puntual de neutrones monoenergéticos en un medio infinito y homogéneo, con una absorción definida por una sección eficaz Σ_{a} .

$$K_{\infty} = \frac{\nu \Sigma_f \phi}{\Sigma_a \phi} \tag{3.28}$$

El *factor de multiplicación infinito* K_{∞} representa el número de neutrones producidos por neutrón absorbido en un sistema considerado como un reactor infinito, es decir, no puede existir escape de neutrones.

El factor de multiplicación infinito es el cociente de producción al de absorción de neutrones, entonces si $K_{\infty} < 1$ significa una disminución en la concentración de neutrones en el tiempo, pero si $K_{\infty} > 1$ significa un aumento en la concentración de neutrones en el tiempo. Ahora, si $K_{\infty} = 1$ significa una concentración de neutrones constante en el tiempo.

Considerando estos parámetros nucleares y sus definiciones. La Ec. (3.25), toma la siguiente forma:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \Sigma_a \upsilon_n \Big[(1-\beta)K_{\infty} - (1+L^2 B_g^2) \Big] n(t) + \sum_{i=1}^m \lambda_i c_i(t)$$
(3.29)

El término $1 + L^2 B_g^2$ es el inverso de la **probabilidad de no escape** de neutrones (reactor finito), definido como:

$$P_{NL} = \frac{\Sigma_a \phi}{\Sigma_a \phi + DB_g^2} = \frac{1}{1 + L^2 B_g^2}$$
(3.30)

Donde $\sum_{a} \phi$ es la razón de neutrones absorbidos y DB_g^2 son neutrones que se escapan del sistema. Y P_{NL} es una medida de la probabilidad de que los neutrones no se escapen del reactor finito, es decir que permanezcan hasta su absorción.

El factor de multiplicación efectivo K_{eff} que aplica a un reactor finito, se puede representar considerando la idea de reactor finito e infinito, entonces:

$$K_{eff} = K_{\infty} P_{NL} \tag{3.31}$$

Para incluir estas ideas, en la Ec. (3.29) factorizamos K_{∞} con lo cual obtenemos:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \Sigma_a \upsilon_n K_{\infty} \left[(1 - \beta) - \frac{1}{K_{\infty} P_{NL}} \right] n(t) + \sum_{i=1}^m \lambda_i c_i(t)$$
(3.32)

Inmediatamente nos damos cuenta de que podemos usar la definición de K_{gp} para simplificar esta ecuación.

Para continuar con el desarrollo, es importante introducir y definir el *Tiempo de vida del neutrón*, el cual es el tiempo promedio transcurrido desde que un neutrón es liberado en la reacción de fisión y cuando éste se pierde por absorción o escape.

Para un reactor térmico, el tiempo de vida del neutrón esta dado por:

Tiempo de vida del neutrón = Tiempo de moderación + Tiempo de difusión

El *tiempo de moderación* es el tiempo requerido para que los neutrones de fisión disminuyan su energía, y el *tiempo de difusión* (tiempo de vida térmico) es el tiempo que el neutrón térmico se pierda por absorción o escape.

El tiempo de difusión se define como:

$$\ell = \frac{1}{\sum_{a} \nu_n} \tag{3.33}$$

Es importante recordar que v_n es la velocidad del neutrón y para térmicos es aproximadamente igual a 2.2×10^5 [cm/s]. La trayectoria libre media por absorción está involucrada en esta definición, debido a que es el inverso de la sección eficaz de absorción:

$$\lambda_a = \frac{1}{\Sigma_a} \tag{3.34}$$

El tiempo de difusión ℓ [s] para neutrones térmicos ($v_n = 2.2 \times 10^5$ [cm/s]) para el agua, agua pesada y grafito es 2.0×10^{-4} , 6.0×10^{-2} y 1.6×10^{-2} , respectivamente.

Entonces, la Ec. (3.32) se puede escribir de la siguiente forma:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{K_{\infty}}{\ell} \left[(1 - \beta) - \frac{1}{K_{eff}} \right] n(t) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i c_i(t)$$
(3.35)

La relación K_{∞}/ℓ se conoce como tiempo medio de generación de neutrones (o tiempo de generación de neutrones prontos o inmediatos):

$$\Lambda = \frac{\ell}{K_{\infty}} \tag{3.36}$$

Es una cantidad que depende de la composición y es independiente del tamaño.

Aplicando esta definición, la ecuación se escribe como:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{1}{\Lambda} \left[\left(1 - \frac{1}{K_{eff}} \right) - \beta \right] n(t) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i c_i(t)$$
(3.37)

El coeficiente de multiplicación efectivo se puede escribir de la siguiente forma para darle un significado físico:

$$K_{eff}(t) = \frac{v\Sigma_f}{\Sigma_a} P_{NL}$$
(3.38)

Se puede observar que es la relación entre los neutrones producidos $v\Sigma f$ por fisión y los neutrones absorbidos Σ_a , multiplicado por la probabilidad de no escape P_{NL} . No obstante, desde un punto de vista de aplicación que involucra los fenómenos externos y de retroalimentación el tratamiento es diferente. Entonces la **reactividad** debido a fenómenos externos ρ_{exd} , se representa en función del patrón de barras de control y los fenómenos de retroalimentación se representan en función de parámetros esenciales.

La *reactividad* definida como:

$$\rho(t) = 1 - \frac{1}{k_{eff}(t)} \tag{3.39}$$

Es una cantidad fundamental y crucial desde el punto de vista de acoplamiento, que puede involucrar los efectos de retroalimentación con los efectos físicos de transferencia de calor y de cantidad de movimiento del refrigerante (flujo en una o dos fases, metales líquidos, gas o sal fundida). Se conoce como termohidráulica del refrigerante. También la transferencia de calor por transporte molecular en el combustible y densidad del refrigerante, así como reactores que operan en flujo en dos fases y la fracción volumen de la fase gas constituyen el fenómeno de retroalimentación. Además, otros aspectos importantes de la dinámica de reactores son los venenos de fisión (e.g., Xe y Sm).

Considerando la reactividad $\rho(t)$, finalmente la ecuación queda como:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \left(\frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda}\right) n(t) + \sum_{i=1}^{r} \lambda_i c_i(t)$$
(3.40)

Es importante mencionar que la reactividad $\rho(t)$, representa una medida de la desviación respecto a las condiciones críticas de la multiplicación de neutrones en el núcleo ($\rho(t) \sim 0$ es decir $K_{eff}(t) \sim 1$). Cuando el factor de multiplicación $K_{eff}(t) > 1$, es decir $\rho(t) > 0$, la multiplicación de neutrones es mayor que los absorbidos, dando lugar a que el reactor se comporte en forma supercrítica, y cuando $K_{eff}(t) < 1$, es decir $\rho(t) < 0$, ocurre lo contrario y el comportamiento del reactor es subcrítico. Entonces, con un valor invariante en el tiempo $K_{eff}(t) \sim 1$, la multiplicación de neutrones es aproximadamente la misma que los absorbidos.

3.12. Concentración de precursores de neutrones

Los estudios experimentales de la tasa de emisión de neutrones retardados han demostrado que estos neutrones se pueden dividir en seis grupos, cada uno de los cuales se caracteriza por una tasa de desintegración exponencial definida. Por tanto, es posible asociar una vida media específica a cada grupo. Es importante hacer notar que, si el grupo se compone de 6 precursores, en la práctica se denominan seis grupos de precursores de neutrones, y pueden existir más de seis.

El número promedio de neutrones retardados por fisión, en cada grupo se presenta en la **Tabla 3.1** para la fisión térmica de U-233, U-235 y Pu-239. Cabe señalar que las energías aproximadas de los neutrones retardados son inferiores a las de la gran mayoría de los neutrones rápidos.

Los neutrones totales (retardados más instantáneos) para el U-233 son 2.05066. La fracción de neutrones retardados se obtiene dividiendo los neutrones retardados (0.0066) entre los neutrones totales (2.05066), obteniendo 0.0026, como se presenta en la **Tabla 3.2**.

Es importante mencionar que el valor 0.0066 se obtiene de la **Tabla 3.2** al sumar los 6 grupos de neutrones retardados para el U-232. De la misma forma se puede obtener para U-235 y Pu-233. En estudios de la cinética neutrónica se ha estandarizado que a este valor se le designa con la letra griega β , y para cada grupo β_i con i = 1, 2, ..., 6.

Grupo (i)	Vida media [s]	U-233	U-235	Pu-239	Energía [MeV]
1	56	0.00057	0.00052	0.00021	0.25
2	23	0.00197	0.00346	0.00182	0.46
3	6.2	0.00166	0.0031	0.00129	0.41
4	2.3	0.00184	0.00624	0.00199	0.45
5	0.61	0.00034	0.00182	0.00052	0.41
6	0.23	0.00022	0.00066	0.00027	-

Tabla 3.1. Número de neutrones retardados por fisión térmica.

*Glasstone y Sesonske (1955)

Neutrones	U-233	U-235	Pu-239
Retardados	0.0066	0.0158	0.0061
Instantáneos	2.5	2.43	2.9
Fracción de retardados (β)	0.0026	0.0065	0.0020
Fracción de instantáneos $(1-\beta)$	0.9974	0.9935	0.9980

Tabla 3.2. Fracción de neutrones retardados por fisión.

*Modificada de Glasstone y Sesonske (1955)

La fracción de neutrones retardados totales se obtiene simplemente sumando cada grupo:

$$\beta = \sum_{i=1}^{m} \beta_i \tag{3.41}$$

La concentración del *i* ésimo precursor de neutrones, se obtiene de una ecuación de balance, que considera una fracción de neutrones diferidos β del total generados por fisión, y el otro término de balance es la desintegración de los precursores:

$$\frac{dC_i(\mathbf{r},t)}{dt} = \underbrace{\beta v \Sigma_f(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r},t)}_{\substack{\text{Concentración} \\ \text{de precursores de neutrones}}} - \underbrace{\lambda_i C_i(\mathbf{r},t)}_{\substack{\text{Decaimiento por emitir neutrones}}}, \quad \text{con} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (3.42)$$

Aplicando el mismo procedimiento para la ecuación puntual de la densidad neutrónica, se puede demostrar que la ecuación anterior se reduce al modelo puntual siguiente:

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i c_i(t), \qquad i = 1, 2, 3, \dots, r \qquad (3.43)$$

Estas ecuaciones recogen la dinámica del núcleo del reactor nuclear desde el punto de vista de los procesos neutrónicos, matizando que el reactor nuclear es un generador de reacciones de fisión, cuya potencia generada se describió en las secciones anteriores.

Los parámetros nucleares β , Λ y λ representan la fracción total de neutrones diferidos (generados por decaimiento de los fragmentos de fisión o *precursores*),

el tiempo medio de generación de neutrones y la constante de decaimiento, respectivamente. Están definidos sus valores principalmente por la energía del neutrón, tipo de combustible nuclear, y *quemado*. En la práctica, el quemado en un mismo ciclo de combustible se ha definido como inicio de ciclo, medio ciclo y fin de ciclo.

3.13. Significado de las ecuaciones de la cinética neutrónica

Las ecuaciones del reactor nuclear puntual son conocidas también como cinética del reactor nuclear y es esencial entender el alcance de estas. La razón de cambio de la densidad neutrónica está dada por la Ec. (3.40) que incluye dos términos, la razón de cambio de los neutrones prontos, representado por el primer término de lado derecho, el segundo término la tasa de cambio de los neutrones retardados generados por los precursores retardados.

$$\frac{dn(t)}{dt} = \begin{cases} razón \ cambio \ de \\ neutrones \ prontos \end{cases} + \begin{cases} razón \ cambio \ de \\ neutrones \ diferidos \end{cases}$$
(3.44)

Los neutrones prontos presentan tiempos característicos del orden de 10^{-4} a 10^{-8} segundos, y los neutrones diferidos del orden de décimas de segundo a segundos. También, desde un punto de vista matemático, es una ecuación no lineal debido al producto del término de reactividad $\rho(t)$ y la densidad de neutrones n(t).

La razón de cambio de concentración de los precursores de neutrones está dada por la Ec. (3.43), contiene dos términos: razón de cambio de creación de precursores y razón de cambio de decaimiento de precursores:

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = \begin{cases} razón \ de \ cambio \\ creación \ de \ precursores \end{cases}_i - \begin{cases} razón \ de \ cambio \\ decaimiento \ de \ precursores \end{cases}_i$$
(3.45)

El número de grupo de precursores de neutrones está representado por el subíndice *i*.

Las características de la dificultad de las ecuaciones de la cinética neutrónica son las escalas de tiempo, tiempos entre los neutrones prontos y retardados que van desde centésimas de microsegundos a segundos. Entonces, además de las características no lineales, las ecuaciones de la cinética neutrónica son conocidas como rígidas y representan un desafío desde un punto de vista de solución numérica.

3.14. Distribución de potencia local

Los reactores nucleares exhiben una distribución de potencia local debido a la distribución de material fértil en los ensambles de combustible que lo componen. La distribución de potencia local es esencial en el análisis de seguridad de reactores nucleares. En la Ec. (3.14) se ha definido como $\psi(\mathbf{r})$ que depende de la posición \mathbf{r} , y se puede determinar analíticamente con la ecuación de Helmholtz para diferentes geometrías de reactores, pero también se puede estimar de códigos de física de reactores nucleares, o de datos de centrales nucleares en operación.

Para un reactor cilíndrico, la distribución local de potencia es función de la coordenada radial y axial.

$$\psi(r,z) = J_0 \left(\frac{v_0 r}{R_{eff}}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{H_{eff}}\right)$$
(3.46)

La cual es una construcción matemática basada en la función Bessel J_0 , cuyo argumento incluye $v_0 = 2.405$, la coordenada radial r y el radio extrapolado del reactor R_{eff} . Se puede observar que también incluye la función coseno, donde el argumento está compuesto además de π por la coordenada z y la altura extrapolada del reactor H_{eff} . Es importante apuntar que las longitudes extrapoladas corresponden al radio físico y altura del reactor, sumando el valor de $0.7104\lambda_{\mu}$, siendo λ_{r} la trayectoria libre de transporte.

En la **Figura 3.1** se presenta el perfil radial y axial de un reactor rápido enfriado con sodio. Se observa que la distribución sigue la forma de la Ec. (3.46). La mayor concentración de potencia se encuentra en el centro del núcleo en ambas coordenadas.



Figura 3.1. Distribución de potencia (a) radial y (b) axial.

Se puede demostrar que la cinética neutrónica dependiente del tiempo y el espacio, para un reactor reflectado, considerando la reactividad como función del espacio tiempo, está dada por:

Región del núcleo:

$$\frac{1}{\nu_{n}} \frac{\partial \phi_{c}(\mathbf{r},t)}{\partial t} = D_{c} \nabla^{2} \phi_{c}(\mathbf{r},t) - \Sigma_{ac} \phi_{c}(\mathbf{r},t) + \frac{1}{\nu_{n}} \left(\frac{\rho(\mathbf{r},t) - \beta}{\Lambda} - \frac{1}{\ell_{n}} \right) \phi_{c}(\mathbf{r},t) + \sum_{i=1}^{G} \lambda_{i} C_{i}(\mathbf{r},t)$$

$$\mathbf{r} \in \Omega_{c} \quad (3.47)$$

Región reflectada:

$$\frac{1}{\nu_n} \frac{\partial \phi_r}{\partial t} = D_r \nabla^2 \phi_r(\mathbf{r}, t) - \Sigma_{ar} \phi_r(\mathbf{r}, t) \qquad \mathbf{r} \in \Omega_r$$
(3.48)

Precursores de neutrones:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = \frac{\beta_i}{\nu_n \Lambda} \phi_c(\mathbf{r}, t) - \lambda_i C_i(\mathbf{r}, t) \qquad \text{para} \qquad i = 1, 2, 3 \dots G \qquad (3.49)$$

Donde $\phi(\mathbf{r},t) = v_n N(\mathbf{r},t)$, se puede observar que la reactividad es función del espacio y tiempo, $\rho(\mathbf{r},t)$.

La condición inicial puede estar dada por la Ec (3.46) para una aproximación de un reactor en 2-D, y para un reactor 3-D por:

$$\phi_0(\mathbf{r}) = \phi_{\max} \cos\left(\frac{\pi x}{x_{eff}}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{y_{eff}}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{H_{eff}}\right), \qquad \Omega_c \cup \Omega_r \qquad (3.50)$$

En donde x_{eff}, y_{eff} y H_{eff} son las dimensiones extrapoladas del núcleo del reactor, y ϕ_{max} es una función de la potencia térmica del reactor P_x , dada por:

$$\phi_{\max} = \frac{3.8758P_x}{w_f \Sigma_f V_x} \tag{3.51}$$

El volumen del núcleo se calcula considerando las dimensiones efectivas, es decir, $V_x = x_{eff} y_{eff} H_{eff}$. La condición inicial de los precursores de neutrones es:

$$C_{i}(\mathbf{r},0) = \frac{\beta_{i} v \Sigma_{f}}{\lambda_{i}} \phi_{c}(\mathbf{r},0), \quad i = 1, 2, \cdots G; \quad \mathbf{r} \in \Omega_{c}$$
(3.52)

Con condiciones de frontera con la región reflectada: $\phi_c(\mathbf{r}_r) = \phi_r(\mathbf{r}_r)$ y $-\mathbf{n}_{cr} \cdot D_c \nabla \phi_c(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{n}_{cr} \cdot D_r \nabla \phi_r(\mathbf{r}, t)$ en $\Omega_c \cap \Omega_r$; $\phi_r(\mathbf{r}_r) = 0$.

3.15. Enfoque conceptual de potencia en un reactor nuclear

Las ecuaciones de la cinética neutrónica son:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \left(\frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda}\right)n(t) + \sum_{i=1}^{r} \lambda_i c_i(t)$$
(3.53)

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i c_i(t), \ i = 1, 2, 3, \dots, m$$
(3.54)

Los parámetros nucleares (β , $\Lambda y \lambda$) son importantes para aplicar las ecuaciones del reactor nuclear puntual. No obstante, es necesario definir condiciones iniciales (en t = 0) para encontrar una solución particular.

Considerando un estado estacionario, las ecuaciones de la cinética neutrónica conducen:

$$0 = \left(\frac{0-\beta}{\Lambda}\right)n_0 + \sum_{i=1}^r \lambda_i c_{0,i}$$
(3.55)

$$0 = \frac{\beta_i}{\Lambda} n_0 - \lambda_i c_{0,i} \tag{3.56}$$

Se cumplen siempre y cuando $\rho_0 = 0$:

$$c_{0,i} = \frac{\beta_i}{\lambda_i \Lambda} n_0, \qquad i = 1, 2, 3, \dots m$$
 (3.57)

Entonces, las condiciones iniciales son:

$$n(t) = n_0,$$
 en $t = 0$ (3.58)

$$c_{0,i} = \frac{\beta_i}{\lambda_i \Lambda} n_0, \qquad i = 1, 2, 3, \dots, r \qquad \text{en} \qquad t = 0$$
 (3.59)

Para llegar a esta propuesta, se consideró que el reactor está operando en condiciones de estado estacionario, lo que implica que $\rho(t) = \rho_0 = 0$ en t = 0.

A continuación, se presenta el esquema conceptual para el cálculo de potencia en condiciones de estado estacionario.

Es importante destacar que el subíndice 0 corresponde a condiciones de estado estacionario, que pueden corresponder a las condiciones nominales del reactor, pero no necesariamente. Además de los parámetros nucleares antes mencionados, es necesario definir como parámetro la velocidad del neutrón v_n , para calcular el flujo neutrónico $\phi_0(\mathbf{r})$. Por otro lado, se puede observar que otros dos parámetros son la energía por fisión w_f y sección eficaz macroscópica de fisión Σ_f para el cálculo de densidad de potencia $q_0^{\prime\prime\prime}(\mathbf{r})$, siendo ésta crucial en los procesos de transferencia de calor en el combustible nuclear. Finalmente, los parámetros geométricos del núcleo del reactor permiten calcular la potencia térmica del reactor P_0 .



Figura 3.2. Diagrama esquemático conceptual para obtener la potencia en un reactor nuclear.

TRANSPORTE DE ENERGÍA EN EL COMBUSTIBLE NUCLEAR

4.1. Mecanismos de transferencia de calor

El transporte de energía se lleva a cabo mediante diversos mecanismos: *convec*ción, conducción y radiación térmica.

La *convección* es la transmisión de calor por movimiento de las moléculas de una sustancia. Este fenómeno sólo podrá producirse en fluidos en los que por movimiento natural (diferencia de densidades) o circulación forzada (con la ayuda de ventiladores, bombas, etc.) puedan las partículas desplazarse transportando el calor sin interrumpir la continuidad física del cuerpo.

La *conducción (transporte molecular*) es el fenómeno consistente en la propagación de calor entre dos cuerpos o partes de un mismo cuerpo a diferente temperatura debido a la agitación térmica o vibración de moléculas o átomos.

La *radiación* térmica es la transmisión de calor debido a la potencia emisiva entre cuerpos, los cuales, en un instante dado, tienen temperaturas distintas, sin que entre ellos exista contacto ni conexión por otro sólido conductor.

4.2. Transferencia de calor en el combustible

El proceso de transferencia de calor dentro de la barra de combustible es uno de los procesos más importantes dentro del núcleo del reactor. Al tener un elemento en el cual no existe un desplazamiento de los materiales por los cuales se transfiere la energía, se considera que el fenómeno de transferencia de energía predominante es la conducción. También se considera convección debido a la interacción de los fluidos (helio y plomo).

Para la mayoría de los problemas ingenieriles, la *ecuación de energía calorífica* resulta conveniente para operar en transmisión de calor.

$$\rho \frac{D\hat{U}}{Dt} = -(\nabla \cdot \mathbf{q}) - p(\nabla \cdot \mathbf{v}) - (\tau : \nabla \mathbf{v})$$
(4.1)

El primer término se refiere a la tasa de ganancia de energía interna por unidad de volumen, donde ρ es la densidad, \hat{U} es la energía interna y *t* es el tiempo. El segundo término corresponde a la tasa de entrada de energía interna por unidad de volumen debido a la conducción, en donde **q** es el vector de flujo de calor por unidad de área. El tercer término es la tasa reversible de aumento de energía interna por unidad de volumen debido a la compresión, en este término, *p* es la presión y **v** es el vector de la velocidad. Y finalmente, el cuarto término se refiere a la tasa irreversible de aumento de energía interna por unidad de volumen debido a la compresión, en este término se refiere a la tasa irreversible de aumento de energía interna por unidad de volumen debido.

Para este caso, es necesario escribir la ecuación en función de la temperatura y del calor específico del fluido en vez de la energía interna, de forma que nos queda la *ecuación de energía* (4.2). Esta permite calcular los perfiles de temperatura, y establece que la temperatura varía debido a: (a) conducción de calor, (b) efectos de expansión, y (c) calentamiento viscoso.

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T - T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_p (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \mu \Phi_v$$
(4.2)

Esta ecuación aplica para un material que se considera isotrópico. Para el caso de conducción en sólidos, se omite el término de disipación viscosa Φ_v y la velocidad **v** = **0**, quedando la ecuación de forma:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T \tag{4.3}$$

Con la ecuación (4.3) se puede describir el campo de temperaturas en el combustible, como función del espacio y el tiempo, i.e., $T = T(t,\mathbf{r})$.

4.3. Descripción conceptual de una barra de combustible

En la **Figura 4.1a** se muestra la consideración de barra homogénea, es decir, una pseudo región. En la **Figura 4.1b** se presentan las regiones de la barra y los radios respectivos. El subíndice f se refiere a la región del combustible, g es la región de la holgura y c la región del encamisado.

4.4. Modelo de transferencia de calor en la barra de combustible

Físicamente, el radio de la barra de combustible r_c (hasta el encamisado) es muchas veces inferior a la longitud de la barra de combustible L, i.e., $r_c \leq L$, esto



Figura 4.1. (a) Barra de combustible homogénea, (b) Barra de combustible con tres regiones.

significa que la transferencia de calor hacia la dirección axial es despreciable respecto a la dirección radial, y la ecuación gobernante es:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$
(4.4)

El modelo de transferencia de calor en la barra de combustible se puede abordar de dos formas, la primera es considerando una barra homogénea y la segunda considerando las regiones de la barra (combustible, holgura, encamisado).

4.4.1. Modelo de una región (homogéneo)

El *modelo de barra de una región* considera una región solida homogénea (**Figura 4.1a**), en la cual hay generación de potencia, es decir, un término fuente de calor.

$$\left(\rho C_{p}\right)_{ef} \frac{\partial T_{f}}{\partial t} - \frac{k_{ef}}{r_{f}} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{f}}{\partial r}\right) = q'''$$

$$\tag{4.5}$$

Las propiedades del seudomaterial se calculan a través de un promedio ponderado en volumen, es decir:

$$\left(\rho C_p\right)_{ef} = \frac{V_U \rho_U C p_U + V_g \rho_g C p_g + V_c \rho_c C p_c}{V_U + V_g + V_c}$$
(4.6)

$$k_{ef} = \frac{V_f k_f + V_g k_g + V_c k_c}{V_f + V_g + V_c}$$
(4.7)

En dónde V es el volumen, ρ es la densidad, Cp el calor específico, k la conductividad y el subíndice U se refiere al combustible nuclear. La conductividad del seudomaterial es una propiedad térmica escalada, que puede ser aproximada con otros modelos existentes en la literatura en la especialidad de medios porosos.

Las condiciones iniciales y de frontera son:

C.I.
$$T(r,0) = f(r)$$
 en $t = 0$ (4.8)

C.F.1
$$\frac{\partial T_f}{\partial r} = 0$$
 en $r = 0$ (4.9)

C.F.2
$$-k_{ef} \frac{\partial T_f}{\partial r} = h \left(T_f - T_r \right)$$
 en $r = r_f$ (4.10)

En estas ecuaciones h es el coeficiente de transferencia de calor por convección del refrigerante (ver **Capítulo 8**). El subíndice r se refiere al refrigerante. La C.F.1 es una condición de frontera típica que se interpreta como un flujo de calor finito, y puede considerarse como un máximo con pendiente cero, dando lugar a un comportamiento axial-simétrico. La C.F.2 es continuidad del flujo de calor por unidad de área en la superficie de la barra de combustible.

4.4.2. Modelo de tres regiones

Considera el combustible nuclear (f), la holgura (g) y el encamisado (c) (**Figura 4.1b**). Las ecuaciones que describen la distribución de temperatura en cada región son:

$$\rho_f C p_f \frac{\partial T_f}{\partial t} = \frac{k_f}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) + q'''(t) \qquad \text{Region I} \qquad 0 < r \le r_f \qquad (4.11)$$

$$\rho_g C p_g \frac{\partial T_g}{\partial t} = \frac{k_g}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) \qquad \text{Region II} \qquad r_f < r \le r_g \qquad (4.12)$$

$$\rho_c C p_c \frac{\partial T_c}{\partial t} = \frac{k_c}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_c}{\partial r} \right) \qquad \text{Región III} \qquad r_g < r \le r_c \qquad (4.13)$$

Las condiciones iniciales por región están dadas por $T_{f}(r,0) = f_{\Omega_{f}}(r)$, $T_{g}(r,0) = f_{\Omega_{g}}(r)$ y $T_{c}(r,0) = f_{\Omega_{c}}(r)$. Las condiciones de frontera, además de la condición de axialsimetría, se proponen las siguientes:

$$-k_g \frac{\partial T_g}{\partial r} = h_g \left(T_f - T_g \right)$$
 en $r = r_f$ (4.14)

$$-k_c \frac{\partial T_c}{\partial r} = h_g \left(T_g - T_c \right) \qquad \text{en} \qquad r = r_g \tag{4.15}$$

$$-k_c \frac{\partial T_c}{\partial r} = h \left(T_c - T_r \right) \qquad \text{en} \qquad r = r_c \tag{4.16}$$

El término fuente está dado por:

$$q'''(z,t) = w_f \langle \Sigma_f \rangle \phi(z,t) = \frac{P_x(z,t)}{V_f}$$
(4.17)

Donde P(t) es la potencia del reactor y V_f es el volumen del combustible, para un reactor homogéneo se aplica el volumen del núcleo V_x . La generación de potencia es abordada con detalle en el **Capítulo 3**.

4.5. Perfiles radiales de temperatura

En la **Figura 4.2a** se presentan los perfiles de temperatura en la barra de combustible, en la región que corresponde a la pastilla de combustible, la temperatura es la más alta, presentando una disminución conforme se acerca a la frontera del encamisado.

En la región de la holgura se presenta una gran caída de temperatura, debido a que es una región de helio con mayor resistencia a transferencia de calor respecto al combustible y el encamisado. Por último, en la sección del encamisado se presenta una caída de temperatura menor, ya que el material de encamisado tiene alta capacidad de transferencia de calor.

En la **Figura 4.2b**, se presenta el campo de temperaturas radial-axial, en donde se observa que la temperatura radial mantiene su comportamiento en cada posición axial. Además, se observa la influencia del perfil de potencia, descrito en el **Capítulo 3**, en los perfiles de temperatura.

4.6. Celdas de transferencia de calor en una barra de combustible

La barra de combustible nuclear se diseña con tres regiones, y desde un punto de vista numérico se asignan celdas en la dirección radial de cada región, como



Figura 4.2. Perfil de temperatura del combustible, holgura y encamisado.

se muestra en la **Figura 4.3**. Para propósitos ilustrativos se eligen 8 celdas, distinguiendo celdas internas y celdas fronteras, debido a que el tratamiento es diferente. Las celdas 1 al 5 corresponden al combustible, la celda 6 para la holgura y las celdas 7 y 8 para el encamisado.

Las ecuaciones de transferencia de calor por conducción se transforman en ecuaciones discretas usando la formulación del volumen de control. La integración



Figura 4.3. Celdas internas y celdas frontera.

del volumen de control sobre el intervalo de tiempo $t + \Delta t$, constituye el paso clave del método de volumen finito.

4.6.1. Celdas internas

Considerando el volumen de control ilustrado en la **Figura 4.3**, para las celdas internas la ecuación integro-diferencial está dada por:

$$\int_{t}^{t+\Delta t} \int_{w}^{e} k \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr \, dt + \int_{t}^{t+\Delta t} \int_{w}^{e} q''' \, r dr dt = \int_{t}^{t+\Delta t} \int_{w}^{e} \left(\rho C p \frac{\partial T}{\partial t} \right) r dr dt \quad (4.18)$$

Integrando el primer término del lado izquierdo:

$$\int_{t}^{t+\Delta t} \int_{w}^{e} k \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr \, dt = \int_{t}^{t+\Delta t} \left[\left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{e} - \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{w} \right] dt \tag{4.19}$$

El flujo difusivo es evaluado como:

$$\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{e} = k_{e}r_{e}\left(\frac{T_{E} - T_{P}}{\delta r_{e}}\right)$$
(4.20)

$$\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{w} = k_{w}r_{w}\left(\frac{T_{P} - T_{W}}{\delta r_{w}}\right)$$
(4.21)

Sustituyendo:

$$\int_{t}^{t+\Delta t} \int_{w}^{e} k \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr dt = \left(k_{e} r_{e} \frac{T_{E}^{t+\Delta t} - T_{P}^{t+\Delta t}}{\delta r_{e}} - k_{w} r_{w} \frac{T_{P}^{t+\Delta t} - T_{W}^{t+\Delta t}}{\delta r_{w}} \right) \Delta t \qquad (4.22)$$

Donde las temperaturas son evaluadas en el nuevo tiempo $t + \Delta t$ en forma implícita. Siguiendo el mismo procedimiento para los demás términos, conduce al siguiente resultado:

$$\int_{t}^{t+\Delta t} \int_{w}^{e} q''' r dr dt = \frac{r_{e}^{2} - r_{w}^{2}}{2} q'''^{t} \Delta t$$
(4.23)

$$\int_{t}^{t+\Delta t} \int_{w}^{e} \rho Cp \frac{\partial T}{\partial t} r dr dt = \rho Cp \frac{r_{e}^{2} - r_{w}^{2}}{2} \int_{t}^{t+\Delta t} \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

$$= \rho Cp \frac{r_{e}^{2} - r_{w}^{2}}{2} \left(T_{P}^{t+\Delta t} - T_{P}^{t}\right)$$
(4.24)

Sustituyendo (4.22) a (4.24) en (4.5), se puede demostrar que:

$$\left[a_{E} + a_{W} + a_{P}^{0}\right]T_{P}^{t+\Delta t} = a_{E}T_{E}^{t+\Delta t} + a_{W}T_{W}^{t+\Delta t} + \delta r^{2}q^{mt} + a_{P}^{0}T_{P}^{t}$$
(4.25)

donde

$$a_E = \frac{r_e k_e}{\delta r_e}, \quad a_W = \frac{r_w k_w}{\delta r_w}, \quad a_P^0 = \frac{\rho C p}{\Delta t} \delta r^2, \quad \delta r^2 = \frac{r_e^2 - r_w^2}{2}$$
(4.26)

4.6.2. Celdas fronteras

Siguiendo el mismo procedimiento de las celdas internas, para las condiciones de frontera y aplicando el mismo diagrama esquemático de la **Figura 4.3**, se obtiene:

C.F.1
$$T_P^{t+\Delta t} = T_W^{t+\Delta t}$$
 en $r = 0$ (4.27)

C.F.2
$$a_B T_B^{t+\Delta t} = a_Y T_Y^{t+\Delta t} + H_{\infty} T_m \quad r = r_B$$
(4.28)

donde

$$a_B = H_\infty + a_Y, \qquad a_Y = \frac{k_y}{\delta r_y / 2} \tag{4.29}$$

La aplicación de la formulación del volumen de control permite que las ecuaciones para cada región (combustible, holgura y encamisado) se escriban como un solo conjunto de ecuaciones algebraicas para el barrido en la dirección radial. Ahora, si E = j - 1, P = j y W = j + 1, se obtiene:

$$a_j T_j^{t+\Delta t} = b_j T_{j+1}^{t+\Delta t} + c_j T_{j-1}^{t+\Delta t} + d_j$$
 para $j = 1, 2, 3, \dots, M-1$ (4.30)

donde

$$a_j = a_E + a_W + a_P^0; \ b_j = a_W; \ c_j = a_E; \ d_j = \delta r^2 q'''' + a_P^0 T_P^t$$
 (4.31)

Es importante mencionar que las celdas 1 y M representan las condiciones de frontera C.F.1 y C.F.2, respectivamente.

En la **Tabla 4.1**, se presentan los coeficientes para la solución del problema descrito en la **Figura 4.1b**. Estos coeficientes obedecen a la forma de la ecuación recursiva y para la aplicación directa del algoritmo de solución.

La ecuación recursiva se puede expresar en forma matricial como:

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b} \tag{4.32}$$

La matriz de coeficientes A, es una matriz tridiagonal que se puede resolver con un algoritmo eficiente:

$$T_{M-j}^{t+\Delta t} = P_{M-j} T_{M-j+1}^{t+\Delta t} + Q_{M-j} \qquad j = 2, 3, 4, \dots, M-1$$
(4.33)

$$T_M^{t+\Delta t} = Q_M \tag{4.34}$$

Celda 1 Frontera entre encamisado v	Celda 3 Holgura	Celda 5 Combustible	Celda 7 Combustible
refrigerante	$a_3 = b_3 + c_3$	$a_5 = b_5 + c_5 + a_{p5}^0$	$a_7 = b_7 + c_7 + a_{p7}^0$
$a_1 = b_1 + H_\infty$	$b_3 = r_4 \frac{k_3}{\delta r_3}$	$b_5 = r_2 \frac{k_5}{\delta r_5}$	$b_7 = r_0 \frac{k_7}{\delta r_7}$
$b_{\rm l} = \frac{k_{\rm l}}{\delta \eta / 2}$	$c_3 = b_2$	$c_{5} = b_{4}$	$c_7 = b_6$
$c_{1} = 0$	$d_3 = 0$	$d_5 = a_{p5}^0 T_5^t + \delta r^2 q'''^t$	$d_7 = a_{p7}^0 T_7^t + \delta r^2 q'''^t$
$a_{p1}^0 = 0$	$a_{p3}^0 = 0$	$a_{p5}^{0} = \delta r^2 \frac{(\rho C p)_{fuel}}{\Delta t}$	$a_{p7}^0 = \delta r^2 \frac{(\rho C p)_{fuel}}{\Delta t}$
$d_1 = H_{\infty} T_m$ $\delta \eta = r_6 - r_5$	$k_3 = \left(\frac{1-f}{k_4} + \frac{f}{k_{gap}}\right)^{-1}$	$\delta r_5 = \frac{r_3 - r_1}{2}$	$\delta r_7 = \frac{r_1 - r_0}{2}$
	$f = \frac{r_5 - r_4}{2\delta r_3}$	$\delta r^2 = \frac{r_3^2 - r_2^2}{r_3^2 - r_2^2}$	$\delta r^2 = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2}$
Celda 2 Encamisado	$\delta r_3 = \frac{r_5 - r_3}{2}$	2	2
$a_2 = b_2 + c_2 + a_{p2}^0$			
$b_2 = \frac{r_5 k_2}{\delta r_2}$	Celda 4	Celda 6	Celda 8
$c_2 = \frac{r_6 k_1}{(r_6 - r_5)/2}$	Combustible	Combustible	Frontera
$d_2 = a_{p2}^0 T_2^t$	$a_4 = b_4 + c_4 + a_{p4}^0$	$a_6 = b_6 + c_6 + a_{p6}^0$	$r = r_0$
$a_{p2}^{0} = \delta r^2 \frac{(\rho C p)_{cl}}{\Delta r}$	$b_4 = r_3 \frac{k_4}{\delta r_4}$	$b_6 = r_1 \frac{k_6}{\delta r_6}$	$a_8 = 1$ $b_8 = 0$
$r^2 = r^2$	$c_4 = b_3$	$c_{6} = b_{5}$	$c_{8} = 0$
$\delta r^2 = \frac{r_6 - r_5}{2}$	$d_4 = a_{p4}^0 T_4^t + \delta r^2 q'''^t$	$d_6 = a_{p6}^0 T_6^t + \delta r^2 q^{\prime\prime\prime t}$	$d_8 = 1$
$k_2 = \left(\frac{1-f}{k_g} + \frac{f}{k_1}\right)^{-1}$	$a_{p4}^0 = \delta r^2 \frac{(\rho C p)_{fuel}}{\Delta t}$	$a_{p6}^0 = \delta r^2 \frac{(\rho C p)_f}{\Delta t}$	$a_{p8}^0 = 0$
$f = \frac{r_6 - r_5}{2\delta r_2}$	$\delta r_4 = \frac{r_4 - r_2}{2}$	$\delta r_6 = \frac{r_2 - r_0}{2}$	
$\delta r_2 = \frac{r_6 - r_4}{2}$	$\delta r^2 = \frac{r_4^2 - r_3^2}{2}$		

Tabla 4.1. Coeficientes para un modelo de 8 celdas.

Para j = 1 se debe aplicar $c_1 = 0$ que conduce a $P_1 = \frac{b_1}{a_1}$, $Q_1 = \frac{d_1}{a_1}$, y para los siguientes nodos:

$$P_j = \frac{b_j}{a_j - c_j P_{j-1}} \qquad j = 2, 3, 4, \dots, M \qquad (4.35)$$

$$Q_j = \frac{d_j + c_i Q_{j-1}}{a_j - c_j P_{j-1}} \qquad j = 2, 3, 4, \dots, M$$
(4.36)

El otro límite o frontera es $b_M = 0$ que conduce a $P_M = 0$.

Es importante hacer notar que el modelo de transferencia de calor de una región en la barra de combustible, se puede resolver numéricamente con este mismo método, considerando las propiedades de la pseudo región, y hacer que f = 0 en las ecuaciones de la **Tabla 4.1**. El factor f considera un valor ponderado de la conductividad térmica en las fronteras entre el combustible y la hoguera, y ésta con el encamisado.

Para una barra de combustible nuclear típico de un BWR se pueden usar los siguientes radios: $r_0 = 0$, $r_1 = 1.3017 \times 10^{-3}$, $r_2 = 2.6035 \times 10^{-3}$, $r_3 = 3.9052 \times 10^{-3}$, $r_4 = 52070 \times 10^{-3}$, $r_5 = 5.3210 \times 10^{-3}$, y $r_6 = 6.1340 \times 10^{-3}$ m.

4.7. Modelo de orden reducido

El modelo de la barra de combustible presentado en la sección anterior se encuentra en función del tiempo y de la posición. Para realizar un análisis en función del tiempo, es posible utilizar un modelo de temperatura puntual, sin volumen de cero dimensiones para la barra de combustible. Un modelo de orden reducido se representa por una ecuación diferencial ordinaria, cuya variable independiente es el tiempo.

El punto de partida es considerar la barra de combustible homogénea ilustrada en la **Figura 4.1a**. Integramos la ecuación del modelo de una región como sigue:

$$\int_{0}^{r_{f}} (\rho C p)_{ef} \frac{\partial T_{f}}{\partial t} r dr - \int_{0}^{r_{f}} k_{ef} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{f}}{\partial r} \right) r dr = \int_{0}^{r_{f}} q'''(z,t)$$
(4.37)

Donde r_f se refiere al diámetro de la barra (es igual a r_c del modelo de tres regiones):

$$\left(\rho C p\right)_{ef} \frac{\partial T_f}{\partial t} \frac{r^2}{2} \bigg|_0^{r_f} -k_{ef} \left(r \frac{\partial T_f}{\partial r}\right) \bigg|_0^{r_f} = q^{\prime\prime\prime}(z,t) \frac{r^2}{2} \bigg|_0^{r_f}$$
(4.38)

Realizando la evaluación en los límites de integración:

$$\left(\rho C_p\right)_{ef} \frac{r_f^2}{2} \frac{\partial T_f}{\partial t} - r_f k_{ef} \frac{\partial T_f}{\partial r} \bigg|_{r_f} = \frac{r_f^2}{2} q'''(z,t)$$
(4.39)

Se puede observar que en $r_f = 0$ se aplicó la condición de axial-simetría. Reescribiendo:

$$\left(\rho C_p\right)_{ef} \frac{\partial T_f}{\partial t} = q'''(z,t) - \frac{2}{r_f} \left(-k_{ef} \frac{\partial T_f}{\partial r}\right)_{r_f}$$
(4.40)

Esta es una ecuación de balance, que considera dos términos, uno de ellos es la fuente nuclear de calor por unidad de volumen y un término conductivo en la superficie de la barra de combustible rodeada por fluido refrigerante. Considerando continuidad del flujo en dicha superficie, es decir, el flux conductivo y flujo convectivo, se puede aplicar la Ley de Fourier:

$$\left(-k_{ef}\frac{\partial T_f}{\partial r}\right)_{r_f} = q''(z,t) \tag{4.41}$$

Donde q'' es el flujo de calor por unidad de área, se obtiene:

$$\left(\rho C_p\right)_f \frac{dT_f}{dt} = q'''(z,t) - \frac{2}{r_f}q''(z,t)$$
(4.42)

Esta ecuación representa un modelo de orden reducido, siendo posible obtener la temperatura en función del tiempo y la posición en la dirección axial, para considerar un perfil de potencia que es no uniforme. En este caso se aplicó al *modelo de barra uniforme;* no obstante, se puede aplicar el mismo para el *modelo de regiones*. Para determinar la condición inicial del modelo de orden reducido, sustituimos la ley de enfriamiento de Newton $q''(z,t) = b(T_f - T_p)$:

$$(\rho Cp)_{f} \frac{dT_{f}}{dt} = q'''(z,t) - \frac{2}{r_{f}}h(T_{f}(z,t) - T_{r}(z,t))$$
(4.43)

Donde h es el coeficiente de trasferencia de calor que depende del patrón de flujo. Entonces, la condición inicial se obtiene haciendo la derivada igual cero y despejando la temperatura, obteniendo:

C.I.
$$T_f(z,0) = \frac{r_f}{2h} q^{\prime\prime\prime}(z,t) + T_r(z,0)$$
 en $t = 0$ (4.44)

En dónde T_r es la temperatura del refrigerante, la cual es obtenida a partir del modelo termohidráulico, presentado en los **Capítulos 5 y 6**.

4.8. Esquema conceptual

En la **Figura 4.4** se presenta el diagrama conceptual que involucra la trasferencia de calor en el combustible nuclear. Desde la generación de potencia hasta el cálculo de las temperaturas del combustible.



Figura 4.4. Diagrama conceptual: Transferencia de calor en un combustible nuclear.

Desde un punto de vista conceptual, el combustible nuclear es donde se llevan a cabo las reacciones de fisión y generación de potencia por unidad de volumen, generando un campo de temperaturas en el combustible.

En el combustible nuclear se producen fenómenos atómicos de los procesos que involucran a los neutrones y la transferencia de calor, los cuales están íntimamente relacionados. La potencia térmica generada se transporta al refrigerante por mecanismos conductivos desde el combustible y convectivos en el refrigerante.

CAPÍTULO 5

TERMOHIDRÁULICA EN FLUJO EN UNA FASE

5.1. Fenómenos de transporte en un subcanal

Las ecuaciones de balance de los fenómenos de transporte fundamentales de masa, energía y cantidad de movimiento, son el punto de partida para establecer las ecuaciones que se aplican a la escala del subcanal del reactor nuclear. Es importante recordar que, el concepto de análisis de subcanal consiste básicamente en un sistema constituido por una celda, la cual contiene refrigerante que hace contacto con la barra de combustible físico y se producen fenómenos de transferencia de calor. Esta celda puede considerarse un promedio del núcleo del reactor.

En general, el concepto que implica el término termohidráulica se refiere a los fenómenos de transporte en el refrigerante, que en los reactores térmicos también constituye, desde un punto de vista de los fenómenos neutrónicos, el moderador y reflector.

Es importante destacar que, las ecuaciones de transporte en reactores nucleares se plantean en función del tiempo, independientemente de la dimensión espacial local: dimensión cero, unidimensionales, bidimensionales o tridimensional. Los análisis de reactores se perciben desde una óptica dinámica, en la que se analizan las variables como función de tiempo, para establecer la seguridad de operación de reactor ante cualquier perturbación como puede ser la presión, flujo másico y temperatura a la entrada de núcleo o movimiento de barras de control, las cuales originan inserciones de reactividad que afectan directamente la potencia térmica y por lo tanto las temperaturas de combustible y refrigerante. La temperatura del combustible es una variable de seguridad nuclear que puede indicar falla del núcleo con posibilidad de afectar su integridad.

El núcleo de un reactor nuclear es un sistema no isotérmico, donde ocurren una serie de fenómenos como son las expansiones térmicas donde los términos de compresibilidad son importantes, especialmente en reactores diseñados en el espectro rápido de neutrones. Sin embargo, los cambios de temperaturas y, por lo tanto, de densidades en el refrigerante, tiene un efecto importante en la generación de potencia debido a las reacciones de fisión. El comportamiento de los fenómenos neutrónicos es función de las condiciones del refrigerante, además de la importancia de los fenómenos térmicos esenciales para el análisis de ingeniería del reactor.

5.2. Ecuación de balance de masa

En un reactor nuclear, la ecuación de trasferencia de masa considera los efectos convectivos, siendo nulos los de trasporte molecular por difusión de masa.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v} \rho = 0 \tag{5.1}$$

En dónde ρ es la densidad y v es el vector velocidad. Los reactores nucleares operan en condiciones de presión constante, aún más algunos de Generación IV, los cuales operan a presión atmosférica. No obstante, para considerar cualquier perturbación del cambio de presión y temperatura, la densidad se considera funcionalidad de estas

$$\rho = \rho(p, T) \tag{5.2}$$

Considerando que en promedio la velocidad de fluido es unidireccional, la ecuación de balance de masa se puede escribir como

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{P}\frac{dT}{dt} + \left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_{T}\frac{dp_{x}}{dt} + \frac{\partial\langle v_{z}\rangle\rho}{\partial z} = 0$$
(5.3)

Se puede observar que el flujo de masa es:

$$G = \langle v_z \rangle \rho(P, T) \tag{5.4}$$

Reescribiendo la ecuación anterior:

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{P}\frac{dT}{dt} + \left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_{T}\frac{dp_{x}}{dt} + \frac{\partial G}{\partial z} = 0$$
(5.5)

Integrando de z a $z + \Delta z$:

$$G_{z+\Delta z} = G_z - \left\{ \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \frac{dT}{dt} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \frac{dp_x}{dt} \right\} \Delta z$$
(5.6)

Si los efectos de expansión y compresibilidad son despreciables, la ecuación de balance de masa se reduce a:

$$\frac{\partial G}{\partial z} = 0 \tag{5.7}$$

Esto significa que el flujo de masa es constante a lo largo del canal, es decir, el flujo de masa a la entrada y a la salida del subcanal es igual, es decir, $G_{z+\Delta z} = G_z$.

La ecuación de balance masa también se puede escribir como:

$$\frac{dm}{dt} = w_e - w_s \tag{5.8}$$

donde

$$m = V \rho \tag{5.9}$$

Es importante observar que el flujo másico se define en términos de la velocidad promedio:

$$w = A \langle v_z \rangle \rho \tag{5.10}$$

El área de flujo del canal *A*, se obtiene dependiendo de la geometría del arreglo de los ensambles de combustible. La interpretación de la ecuación discreta de masa es:

$$\left. \frac{dm}{dt} \right|_z = w_z - w_{z+\Delta z} \tag{5.11}$$

Define la razón de cambio de la masa respecto al tiempo en un volumen de subcanal de longitud Δz , siendo $w_e = w_z y w_s = w_{z+\Delta z}$.

5.3. Ecuación de balance de cantidad de movimiento

La ecuación de cantidad de movimiento que aplica a un subcanal es una ecuación vectorial de dinámica del fluido, de las razones de cambio de las fuerzas por unidad de volumen debido a efectos temporales, convectivos, presión, de transporte molecular y gravedad.

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) + \nabla p - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - \rho \mathbf{g} = 0$$
(5.12)

En dónde *p* es la presión, τ es el tensor de esfuerzos viscosos y **g** es el vector de aceleración de la gravedad. La característica vectorial de la ecuación implica una ecuación para cada una de las direcciones, por lo que proyectamos en la dirección promedio del flujo en el canal.

$$\frac{\partial \langle v_z \rangle \rho}{\partial t} + \frac{\partial \langle v_z \rangle \langle v_z \rangle \rho}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} - \mathbf{e}_z \cdot \nabla \cdot \mathbf{\tau} + \rho g_z = 0$$
(5.13)

donde

$$\langle v_z \rangle = \frac{1}{V_c} \int_{\Omega_c} \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{v} dV$$
 (5.14)

$$\frac{\partial}{\partial z} = \mathbf{e}_z \cdot \nabla \tag{5.15}$$

$$-g_z = \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{g} \tag{5.16}$$

La ecuación se puede escribir de la siguiente forma:

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{G^2}{\rho} \right) + \frac{\partial p}{\partial z} - \mathbf{e}_z \cdot \nabla \cdot \mathbf{\tau} + \rho g_z = 0$$
(5.17)

Integrando de z a $z + \Delta z$:

$$\Delta z \frac{dG}{dt} + \left(\frac{G^2}{\rho}\right)_{z+\Delta z} - \left(\frac{G^2}{\rho}\right)_z + \left(p_{z+\Delta z} - p_z\right) - \int_z^{z+\Delta z} \mathbf{e}_z \cdot \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} dz + \rho g_z \Delta z = 0 \quad (5.18)$$

La ecuación anterior tiene la siguiente interpretación:

$$\frac{dG}{dt} = \frac{1}{\Delta z} \left(\Delta p_{ae} + \Delta p + \Delta p_f + \Delta p_g \right)$$
(5.19)

El término dependiente del tiempo se le denomina *Aceleración temporal*. La definición del resto de los términos es la siguiente:

Caída de presión por aceleración espacial:

$$\Delta p_{ae} = \left(\frac{G^2}{\rho}\right)_z - \left(\frac{G^2}{\rho}\right)_{z+\Delta z} \tag{5.20}$$

Caída de presión total:

$$\Delta p = p_z - p_{z + \Delta z} \tag{5.21}$$

Caída de presión por fricción:

$$\Delta p_f = \int_{z}^{z+\Delta z} \mathbf{e}_z \cdot \nabla \cdot \mathbf{\tau} dz \tag{5.22}$$

Caída de presión por gravedad:

$$\Delta p_g = -\rho g_z \Delta z \tag{5.23}$$

La caída de presión total en el canal es:

$$-\Delta p = \Delta p_{ae} + \Delta p_f + \Delta p_g \tag{5.24}$$

La caída de presión por fricción tiene una definición precisa para su aplicación y se discute en la siguiente sección.

5.4. Ecuación de balance de energía

En un canal, la ecuación de transporte de energía sin considerar el trabajo mecánico del trabajo debido a la gravedad está dada por

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \mathbf{v}) + \nabla \cdot \mathbf{q}'' + p \nabla \cdot \mathbf{v} = q_{\gamma}'''$$
(5.25)

En dónde **q**" es el flujo de energía, $q_{\gamma}^{"}$ es el flujo volumétrico de calor por radiación gamma, y la energía interna se define como:

$$u = h - \frac{p}{\rho} \tag{5.26}$$

La ecuación de energía toma la siguiente forma:

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho h \mathbf{v}) + \nabla \cdot \mathbf{q}'' - \frac{Dp}{Dt} = q_{\gamma}'''$$
(5.27)

donde

$$\frac{Dp}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p \tag{5.28}$$

Este término, en el estado de la práctica de la ingeniería nuclear, es despreciable para reactores con refrigerantes líquidos; de no ser así debe ser incluido.

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho h \mathbf{v}) + \nabla \cdot \mathbf{q}'' = q_{\gamma}'''$$
(5.29)
Considerando la velocidad promedio del canal, se obtiene:

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \frac{\partial G h}{\partial z} = \frac{q'' P_h}{A} + q'''_{\gamma}$$
(5.30)

Es importante destacar que la trasferencia de calor por transporte molecular $\nabla \cdot \mathbf{q''}$, en la dirección axial es despreciable respecto al término de energía convectiva, y se toma la siguiente aproximación en la frontera entre el combustible y el fluido.

$$q'' = -k\frac{\partial T}{\partial r} \tag{5.31}$$

Se aplica la Ley de enfriamiento de Newton:

$$q'' = h \left(T_f - T_r \right) \tag{5.32}$$

Siendo h el coeficiente de transferencia de calor (ver **Capítulo 8**), T_f es la temperatura de combustible y T_r es la temperatura fuera de la capa límite térmica del fluido en el canal, es decir, lejos de la pared del combustible.

La ecuación de balance de energía se puede expresar en términos de la temperatura del refrigerante, de la siguiente forma:

$$\rho C p \frac{\partial T}{\partial t} + G C p \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{q'' P_h}{A_f} + q_{\gamma}'''$$
(5.33)

donde

$$Cp = \frac{dh}{dT} \tag{5.34}$$

Integrando de z a $z + \Delta z$:

$$\rho C p \frac{dT}{dt} = \frac{q'' P_h}{A_f} + \frac{G C p}{\Delta z} (T_z - T_{z+\Delta z}) + q_{\gamma}'''$$
(5.35)

La densidad de energía q'' en los rectores nucleares, excepto el de sales fundidas, representa la energía depositada directamente en el refrigerante por interacciones de radiación gamma.

En el reactor de sales fundidas, el combustible nuclear es líquido y q''' representa la energía generada por unidad de volumen debido a las reacciones de fisión.

5.5. Modelo de orden reducido

Para obtener un conjunto completo de ecuaciones diferenciales ordinarias cuya variable independiente es el tiempo, se pueden reescribir las ecuaciones integradas de los balances presentados en las secciones anteriores:

Masa:

$$\frac{dm}{dt} = w_e - w_s \tag{5.36}$$

Condición inicial es $m = m_0$ en t = 0, esto implica que $w_e = w$.

Caída de presión en el núcleo:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{A_f}{L} \left(\Delta p_{ae} + \Delta p + \Delta p_f + \Delta p_g \right)$$
(5.37)

Condición inicial $w = w_0$ en t = 0, esto implica que $-\Delta p = \Delta p_{ae} + \Delta p_f + \Delta p_g$.

Temperatura del refrigerante:

$$\rho C p \frac{dT_r}{dt} = \frac{q'' P_h}{A_f} + \frac{w C p}{A_f L} (T_{re} - T_r) + q_{\gamma}''$$
(5.38)

Donde $q'' = h(T_f - T_p)$ como se mencionó anteriormente. La temperatura de combustible se presentó en el **Capítulo 4**. La condición inicial se obtiene haciendo la derivada igual a cero

$$0 = \frac{h(T_{f0} - T_{r0})P_h}{A_f} + \frac{wCp}{A_fL}(T_{re} - T_{r0}) + q_{\gamma}'' \qquad t = 0 \qquad (5.39)$$

Después de despejar la temperatura del refrigerante T_{r0} . La condición inicial del combustible está dada por:

$$T_{f0} = \frac{r_f}{2h} q_0''' + T_{r0} \tag{5.40}$$

5.6. Diagrama conceptual

Desde un punto conceptual, las condiciones de la entrada del núcleo del reactor como son el flujo másico y la temperatura son fundamentales para determinar las condiciones de operación del reactor. Las propiedades físicas determinan las características del refrigerante; sea gaseoso o líquido. El coeficiente de transferencia de calor es la variable de interacción entre el combustible y el refrigerante desde el punto de vista de transferencia de calor. En el diagrama esquemático de la **Figura 5.1**, se presentan estas ideas desde el concepto de la termohidráulica del núcleo.



Figura 5.1. Diagrama conceptual: Termohidráulica del núcleo de un reactor.

CAPÍTULO

TERMOHIDRÁULICA EN FLUJO EN DOS FASES

6.1. Fenómenos de transporte en un subcanal

Los diseños de los reactores nucleares operan en flujo en una fase, ya sea con agua en estado líquido, líquidos metálicos, sales fundidas o gas. Sin embargo, los reactores de agua en ebullición (conocido como BWR), son los únicos reactores diseñados para que funcionen en flujo en dos fases. El flujo en dos fases es un refrigerante con altos coeficientes de transferencia de calor; teóricamente hasta el punto de flujo de calor crítico.

El flujo másico a la entrada del núcleo de un reactor BWR es subenfriado, es decir, es un flujo en fase líquida con temperatura inferior a la temperatura de saturación; conforme avance el flujo a lo largo del núcleo, éste experimenta cambio de fase dando lugar a patrones de flujo en dos fases en condiciones saturadas. Los procesos de generación de potencia por reacciones de fisión y el proceso termohidráulico de flujo en dos fases, son fundamentales para entender los efectos de retroalimentación, donde la fracción de volumen de la fase vapor conocida como fracción de vacíos es una variable de diseño, análisis y operación de los reactores BWR. El marco teórico de los fenómenos de transporte en flujo en dos fases de masa, energía y cantidad de movimiento se puede establecer a través de un subcanal del reactor nuclear.

En la **Figura 6.1**, se ilustra un subcanal de área de flujo A y diámetro equivalente D_e , calentado en forma no uniforme. En esta figura se puede observar que el flujo a la entrada del subcanal es flujo en fase líquida y las ecuaciones gobernantes para describir los fenómenos de masa energía cantidad de movimiento se presentaron en el **Capítulo 5**.

Los patrones de flujo en dos fases que se pueden presentar en un subcanal de un BWR son flujo burbuja, flujo bala, flujo agitado y flujo anular. La escala de longitud característica y topología de cada patrón de flujo es una función de la fracción de vacíos, siendo mayor para flujo anular respecto a flujo burbuja.

Cómo se puede observar, el subcanal exhibe un sistema heterogéneo, donde la fase vapor y la fase líquida tienen su propia velocidad, presión y temperatura. Es decir, la velocidad interfacial \mathbf{w} (la interfaz se localiza entre la fase gas y líquida) es diferente a las de las fases vapor \mathbf{v}_{p} y líquido \mathbf{v}_{l} . Además, puede experimentar el fenómeno de cambio de fase, de líquido a vapor o de vapor a líquido.



Figura 6.1. Subcanal con flujo en dos fases.

Establecer un marco teórico del proceso termohidráulico que considere fenómenos antes mencionados es complejo, debido a la necesidad de plantear las ecuaciones de transporte en la interfaz, en conjunto con las ecuaciones de transporte para las fases vapor y líquida.

6.2. Ecuaciones de balance de masa

Para un sistema de flujo en dos fases saturadas a la presión del reactor p_R , las ecuaciones de balance de masa locales son:

Fase vapor:

$$\frac{\partial \rho_{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\mathbf{v}_{\nu} \rho_{\nu} \right) = 0 \tag{6.1}$$

Fase líquida:

$$\frac{\partial \rho_{\ell}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_{\ell} \rho_{\ell}) = 0 \tag{6.2}$$

Ecuación de transporte de masa en la interfaz vapor-líquido:

$$m_{\nu\ell}'' + m_{\ell\nu}'' = 0$$
 en $A_{\nu\ell}$ (6.3)

donde $m_{\nu\ell}'' = \rho_{\nu}(\mathbf{v}_{\nu} - \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}_{\nu\ell} \text{ y } m_{\ell\nu}'' = \rho_{\ell}(\mathbf{v}_{\ell} - \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}_{\ell\nu}.$

Ecuaciones de estado:

$$\rho_{v} = \rho_{v} (p_{x})
\rho_{\ell} = \rho_{\ell} (p_{x})$$
(6.4)

En principio, estas ecuaciones no se pueden resolver como un problema de valores a la frontera, porque no se conoce a priori donde se encuentra localmente la interfaz $A_{v\ell}$ que exhibe una velocidad **w** y las velocidades locales **v**_v y **v**_{\ell}.

Un análisis de estas ecuaciones nos indica que, en las fases, las razones de cambio se expresan en términos del flujo volumétrico, mientras que en la interfaz es el flujo de masa (flujo másico por unidad de área), debido a que la interfaz no tiene espesor a la escala de la hipótesis del continuo.

6.3. Ecuaciones de balance de cantidad de movimiento

Ecuaciones locales de cantidad de movimiento para flujo en dos fases son las siguientes:

Fase vapor:

$$\frac{\partial \rho_{\nu} \mathbf{v}_{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_{\nu} \mathbf{v}_{\nu} \mathbf{v}_{\nu}) + \nabla p_{\nu} - \nabla \cdot \mathbf{\tau}_{\nu} - \rho_{\nu} \mathbf{g} = 0$$
(6.5)

Fase líquida:

$$\frac{\partial \rho_{\ell} \mathbf{v}_{\ell}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_{\ell} \mathbf{v}_{\ell} \mathbf{v}_{\ell}) + \nabla p_{\ell} - \nabla \cdot \mathbf{\tau}_{\ell} - \rho_{\ell} \mathbf{g} = 0$$
(6.6)

Ecuación de transporte de cantidad de movimiento en la interfaz vapor-líquido:

$$\mathbf{m}_{\nu\ell} + \mathbf{m}_{\ell\nu} = 0 \qquad \text{en} \qquad A_{\nu\ell} \tag{6.7}$$

El balance de cantidad de movimiento interfacial $\mathcal{A}_{p\ell}$, de la fase vapor a la fase líquida debido a la transferencia interfacial de masa, presión y esfuerzo viscoso se expresa con el vector $\mathbf{m}_{p\ell}$.

6.4. Ecuaciones de balance de energía

Las ecuaciones locales de energía de la fase vapor y líquida, así como la trasferencia de energía interfacial, están dadas por

Fase vapor:

$$\frac{\partial \rho_{\nu} h_{\nu}}{\partial t} - \frac{\partial p_{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho_{\nu} h_{\nu} \mathbf{v}_{\nu} \right) + \nabla \cdot \mathbf{q}_{\nu}'' = q_{\nu}'''$$
(6.8)

Fase líquida:

$$\frac{\partial \rho_{\ell} h_{\ell}}{\partial t} - \frac{\partial p_{\ell}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho_{\ell} h_{\ell} \mathbf{v}_{\ell} \right) + \nabla \cdot \mathbf{q}_{\ell}'' = q_{\ell}'''$$
(6.9)

Ecuación de transporte de energía en la interfaz vapor-líquido:

$$h_{\nu}m_{\nu}'' + h_{\ell}m_{\ell}'' + \mathbf{q}_{\nu}'' \cdot \mathbf{n}_{\nu w} + \mathbf{q}_{\ell}'' \cdot \mathbf{n}_{\ell w} = 0 \qquad \text{en} \qquad A_{\nu\ell} + A_{\nu w} \qquad (6.10)$$

Los términos interfaciales en forma específica se presentan en la siguiente sección.

6.5. Fases e interfaces

Las interacciones de los fenómenos de transporte en flujo en dos fases se transportan a través de las interfaces. Las fases se pueden representar por un volumen arbitrario, y la interfaz o región que se genera entre dos fases, líquida y vapor (en general gas) no tiene espesor en la escala del continuo. Esto significa que la interfaz se puede representar por una superficie, la cual definimos como $A_{\ell\nu}$ o su equivalente $A_{\nu\nu}$.

Las ecuaciones de transporte interfacial en un sistema de cambio de fase de líquido a vapor, establecen que hay un transporte de masa, energía y cantidad de movimiento. En flujos en dos fases inmiscibles como el agua y el aire, no existe transporte de masa interfacial, pero sí de energía y de cantidad de movimiento.

Ecuación interfacial de masa:

$$\rho_{\nu}(\mathbf{v}_{\nu} - \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}_{\nu\ell} + \rho_{\ell}(\mathbf{v}_{\ell} - \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}_{\ell\nu} = 0 \qquad \text{en} \qquad A_{\nu\ell} \qquad (6.11)$$

La velocidad interfacial **w** y las de las fases vapor **v**_v y líquido **v**_l, en principio son diferentes. El vector normal unitario $\mathbf{n}_{vl} = -\mathbf{n}_{lv}$, el cual apunta en la dirección normal de la interfaz, donde el subíndice vl significa que el vector apunta de la fase v a la fase l, y si se usa lv significa como es de esperarse, que el vector normal apunta de l a v. La superficie interfacial es $A_{vl} = A_{lv}$.

Esta ecuación representa el flujo másico por unidad de área interfacial, y se puede escribir de la siguiente forma para una mejor interpretación:

$$m_{\nu\ell}'' + m_{\ell\nu}'' = 0$$
 en en $A_{\nu\ell}$ (6.12)

En ausencia de generación de masa en la interfaz, la masa transferida de la fase líquida a la fase gas es igual a la masa que se evapora de la fase líquida y se trasporta a través de la superficie $A_{v\ell}$, es decir, $m_{v\ell}'' = -m_{v\ell}''$.

La ecuación de transporte interfacial de cantidad de movimiento se puede escribir como:

$$\mathbf{v}_{\nu}m_{\nu\ell}'' + \mathbf{v}_{\ell}m_{\ell\nu}'' + p_{\nu\ell}\mathbf{n}_{\nu\ell} + \boldsymbol{\tau}_{\nu\ell}\mathbf{n}_{\ell\nu} + p_{\ell\nu}\mathbf{n}_{\ell\nu} + \boldsymbol{\tau}_{\ell}\cdot\mathbf{n}_{\ell\nu} = -2H\sigma \qquad \text{en} \qquad A_{\nu\ell} \qquad (6.13)$$

Se puede observar cantidad de movimiento debido a cambio de fase, los cuales son representados por los dos primeros términos, seguido de la presión interfacial y esfuerzos viscosos interfaciales de cada fase. Además, el efecto de tensión superficial está dado por $-2H\sigma$, donde σ es la tensión superficial, y H es la curvatura de la superficie o interfaz. Por ejemplo, para una burbuja esférica H es inversamente proporcional al radio de la burbuja. En un sistema de flujo en dos fases coexisten esencialmente cuatro presiones: presión de la fase vapor p_{ν} , presión de la fase líquida p_{c} las presiones interfaciales p_{el} y p_{ce} .

En principio, si consideramos para los términos de presión que $\mathbf{n}_{\ell\nu} = -\mathbf{n}_{\nu\ell}$, se obtiene una diferencia de presión interfacial del tipo $(p_{\nu\ell} - p_{\ell\nu})\mathbf{n}_{\nu\ell}$, que representa una diferencia de presión tipo capilar.

Esta ecuación tiene unidades de fuerza por unidad de superficie interfacial, la cual se puede expresar como $\mathbf{m}_{\nu\ell} + \mathbf{m}_{\ell\nu} = 0$, en $\mathcal{A}_{\nu\ell}$.

La ecuación de transporte de energía en la interfaz se puede escribir como:

$$m_{\nu\ell}^{\prime\prime} h_{\ell} + m_{\ell\nu}^{\prime\prime} h_{\nu} + \mathbf{q}_{\nu}^{\prime\prime} \cdot \mathbf{n}_{\nu\ell} + \mathbf{v}_{\nu} \cdot (p_{\nu\ell} \mathbf{n}_{\nu\ell} + \boldsymbol{\tau}_{\nu} \cdot \mathbf{n}_{\nu\ell})$$

$$+ \mathbf{q}_{\ell}^{\prime\prime} \cdot \mathbf{n}_{\nu\ell} + \mathbf{v}_{\ell} \cdot (p_{\ell\nu} \mathbf{n}_{\ell\nu} + \boldsymbol{\tau}_{\ell} \cdot \mathbf{n}_{\ell\nu}) = 0$$
en $A_{\nu\ell}$
(6.14)

Esta ecuación tiene unidades de fuerza por unidad de superficie interfacial, la cual se puede escribir como:

$$e_{\nu\ell} + e_{\ell\nu} = 0 \qquad \text{en} \qquad A_{\nu\ell} \tag{6.15}$$

En la literatura, los fenómenos de transporte en la interfaz vapor-líquido, paredlíquido y pared-vapor de masa, cantidad de movimiento y energía, y las ecuaciones de balance que las definen, se conocen como *condiciones de salto*. Ese término se aplica para cada uno de los fenómenos de transporte en la interfaz, refiriéndose específicamente como la condición de salto de masa, condición de salto de cantidad de movimiento y condición de salto de energía.

Esta peculiar forma de llamar a la condición de frontera interfacial se debe, como puede inferirse, al cambio dramático que ocurre en los alrededores de la interfaz. Para profundizar en esta idea, podemos hablar de un flujo en dos fases donde las propiedades de la fase gas son muy diferentes en orden de magnitud respecto a las de la fase líquida.

6.6. Método de escalamiento

Las ecuaciones presentadas en las secciones anteriores se conocen como locales e instantáneas, en principio se pueden aplicar conociendo la posición de la interfaz, lo cual es prácticamente imposible porque las fases se mueven. Sin embargo, suponiendo que se pudiera establecer, las ecuaciones son aplicables a una partícula de gas y una partícula líquida del flujo en dos fases, por lo tanto, no pueden ser aplicables a un reactor nuclear con fenómenos que involucran flujo en dos fases. En esta sección presentamos las ecuaciones escaladas, es decir, de la escala de partícula fluida gas y líquida a la escala del reactor nuclear.

En la práctica, los sistemas heterogéneos son escalados aplicando diferentes procedimientos, con la idea de obtener ecuaciones aplicables a procesos físicos de transporte de cantidades que puedan aproximar el comportamiento del sistema real. Un sistema heterogéneo es un sistema de subcanal de un reactor BWR como el que se ilustra en la **Figura 6.1**, donde el tamaño de la fase vapor y distribución en el subcanal es heterogéneo. El método de escalamiento produce dos efectos, el primero es obtener un conjunto de ecuaciones de un pseudo fluido con propiedades escaladas representativas del flujo en dos fases. El segundo efecto es que las ecuaciones locales de transporte son escaladas: de la escala del continuo a la escala del flujo en dos fases. El procedimiento de escalamiento se logra con la aplicación sistemática de operadores matemáticos, los cuales se definen a continuación:

El operador integral de una cantidad intrínseca:

$$\langle \varphi_{\nu} \rangle^{\nu} = \frac{1}{V_{\nu}} \int_{\Omega_{\nu}(\mathbf{r},t)} \varphi_{\nu} dV$$
 (6.16)

donde φ_{v} es un escalar, vector o tensor. Y puede representar por ejemplo la velocidad de la fase vapor **v**_v.

El volumen de la fase vapor en términos de la fracción de vacíos ε_p , y el volumen representativo V, está dado por:

$$V_{\nu}(t) = \mathcal{E}_{\nu}(t)V \tag{6.17}$$

donde

$$V = V_{\nu}\left(t\right) + V_{\ell}\left(t\right) \tag{6.18}$$

Es importante por las implicaciones que pueden dar lugar, que tanto el volumen de la fase vapor como el de la fase líquida son función del tiempo, pero el volumen total es constante.

Para intercambiar operadores integrales por diferenciales, se aplica el teorema de escalamiento espacial (Howes y Whitaker, 1985):

$$\langle \nabla \varphi_{\nu} \rangle^{\nu} = \nabla \Big(\varepsilon_{\nu} \langle \varphi_{\nu} \rangle^{\nu} \Big) + \frac{1}{V_{\nu}} \int_{A_{\nu\ell}} \mathbf{n}_{\nu\ell} \varphi_{\nu} dA$$
(6.19)

Donde $\mathbf{n}_{_{v\ell}}$ es el vector normal unitario, el cual apunta a la fase líquida desde la interfaz en dirección normal, y $A_{_{v\ell}}$ es el área interfacial.

Para considerar la interfaz entre algunas de las fases del fluido y la pared del combustible, el teorema de escalamiento espacial que aplica es:

$$\langle \nabla \varphi_{\nu} \rangle^{\nu} = \nabla \left(\varepsilon_{\nu} \langle \varphi_{\nu} \rangle^{\nu} \right) + \frac{1}{V_{\nu}} \int_{A_{\nu\ell}} \mathbf{n}_{\nu\ell} \varphi_{\nu} dA + \frac{1}{V_{\nu}} \int_{A_{\nu W}} \mathbf{n}_{\nu W} \varphi_{\nu} dA$$
(6.20)

Otro teorema de escalamiento es el teorema de transporte de Reynolds:

$$\left\langle \frac{\partial \varphi_{\nu}}{\partial t} \right\rangle^{\nu} = \frac{\partial}{\partial t} \Big(\mathcal{E}_{\nu} \langle \varphi_{\nu} \rangle^{\nu} \Big) - \frac{1}{V_{\nu}} \int_{A_{\nu\ell}} \mathbf{n}_{\nu\ell} \cdot \mathbf{w} \, \varphi_{\nu} dA \tag{6.21}$$

Cuando la cantidad es igual a una constante, por ejemplo $\varphi_p = 1$, se obtienen dos importantes lemas.

Lema 1:

$$\nabla \varepsilon_{\nu} = -\frac{1}{V_{\nu}} \int_{A_{\nu\ell}} \mathbf{n}_{\nu\ell} dA \qquad (6.22)$$

Lema 2:

$$\varepsilon_{\nu} \frac{\partial \varepsilon_{\nu}}{\partial t} = \frac{1}{V_{\nu}} \int_{A_{\nu\ell}} \mathbf{n}_{\nu\ell} \cdot \mathbf{w} dA$$
(6.23)

En la ecuación de cantidad de movimiento, el término convectivo desde un punto de vista vectorial, es una diada de velocidades multiplicada por la densidad, es decir, $\nabla \cdot (\rho_v \mathbf{v}_v \mathbf{v}_v)$. Aplicando el teorema de escalamiento espacial se tiene:

$$\langle \nabla \cdot (\rho_{\nu} \mathbf{v}_{\nu} \mathbf{v}_{\nu}) \rangle^{\nu} = \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\nu} \rho_{\nu} \langle \mathbf{v}_{\nu} \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu} \right) + \frac{1}{V_{\nu}} \int_{A_{\nu\ell}} \mathbf{n}_{\nu\ell} \cdot (\mathbf{v}_{\nu} \mathbf{v}_{\nu}) dA$$
(6.24)

En principio, la densidad es constante respecto al volumen representativo, entonces nos vamos a concentrar en el término $\langle \mathbf{v}_{p} \mathbf{v}_{p} \rangle^{p}$, el cual no es manejable para realizar las manipulaciones adecuadas y obtener como incógnita la velocidad intrínseca $\langle \mathbf{v}_{p} \rangle^{p}$. Aplicando los fundamentos de la variable local, la cual se puede descomponer en dos términos: uno de ellos es la variable intrínseca y el segundo término son desviaciones espaciales de la variable local (estas desviaciones son alrededor de la variable escalada intrínseca).

$$\mathbf{v}_{v} = \langle \mathbf{v}_{v} \rangle^{v} + \tilde{\mathbf{v}}_{v} \tag{6.25}$$

Sustituyendo:

$$\langle \mathbf{v}_{\nu} \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu} = \langle \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu} \langle \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu} + \langle \tilde{\mathbf{v}}_{\nu} \tilde{\mathbf{v}}_{\nu} \rangle^{\nu}$$
(6.26)

6.7. Ecuaciones escaladas de flujo en dos fases

Aplicando los operadores de escalamiento, se obtienen las ecuaciones que aplican a un subcanal de flujo en dos fases, es decir a la escala del reactor.

6.7.1. Ecuación escalada de masa

Fase vapor:

$$\frac{\partial \varepsilon_{\nu} \rho_{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\nu} \langle \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu} \rho_{\nu} \right) = \Gamma_{\nu}$$
(6.27)

Fase líquida:

$$\frac{\partial \varepsilon_{\ell} \rho_{\ell}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\ell} \langle \mathbf{v}_{\ell} \rangle^{\ell} \rho_{\ell} \right) = \Gamma_{\ell}$$
(6.28)

Ecuación escalada de transporte de masa en la interfaz vapor-líquido:

$$\Gamma_{\nu} + \Gamma_{\ell} = 0 \qquad \text{en} \qquad A_{\nu\ell} \tag{6.29}$$

donde

$$\Gamma_{\nu} = -\frac{1}{V} \int_{A_{\nu\ell}(\mathbf{r},t)} m_{\nu\ell}'' dA$$
(6.30)

La fracción de vacíos y la fracción volumen de la fase líquida deben cumplir:

$$\varepsilon_v + \varepsilon_\ell = 1 \tag{6.31}$$

6.7.2. Ecuación escalada de cantidad de movimiento

Fase vapor:

$$\frac{\partial \varepsilon_{\nu} \rho_{\nu} \langle \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\nu} \rho_{\nu} \langle \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu} \langle \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu} \right) + \nabla \left(\varepsilon_{\nu} \langle p_{\nu} \rangle^{\nu} \right) - \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\nu} \langle \mathbf{\tau}_{\nu} \rangle^{\nu} + \mathbf{\tau}_{\nu}^{\text{Re}} \right) - \varepsilon_{\nu} \rho_{\nu} \mathbf{g} = -\mathbf{M}_{\nu\ell} \quad (6.32)$$

Fase líquida:

$$\frac{\partial \varepsilon_{\ell} \rho_{\ell} \langle \mathbf{v}_{\ell} \rangle^{\ell}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\ell} \rho_{\ell} \langle \mathbf{v}_{\ell} \rangle^{\ell} \langle \mathbf{v}_{\ell} \rangle^{\ell} \right) + \nabla \left(\varepsilon_{\ell} \langle p_{\ell} \rangle^{\ell} \right) - \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\ell} \langle \mathbf{\tau}_{\ell} \rangle^{\ell} + \mathbf{\tau}_{\ell}^{\text{Re}} \right) - \varepsilon_{\ell} \rho_{\ell} \mathbf{g} = -\mathbf{M}_{\ell \nu} \quad (6.33)$$

Ecuación escalada de cantidad de movimiento interfacial en la interfaz vapor-líquido:

$$\mathbf{M}_{\nu\ell} + \mathbf{M}_{\ell\nu} = 0 \qquad \text{en} \qquad A_{\nu\ell} \tag{6.34}$$

donde

$$\mathbf{M}_{\nu\ell} = -\frac{1}{V} \int_{A_{\nu\ell}(\mathbf{r},t)} \mathbf{m}_{\nu\ell} dA$$
(6.35)

En las ecuaciones de cantidad de movimiento de las fases aparece el del producto de desviaciones de velocidades. Estos términos tienen características de esfuerzos, que en la literatura se conocen como esfuerzos de Reynolds, definidos por:

$$\boldsymbol{\tau}_{v}^{\text{Re}} = \boldsymbol{\varepsilon}_{v} \boldsymbol{\rho}_{v} \langle \tilde{\mathbf{v}}_{v} \tilde{\mathbf{v}}_{v} \rangle^{v} \qquad \text{y} \qquad \boldsymbol{\tau}_{\ell}^{\text{Re}} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\ell} \boldsymbol{\rho}_{\ell} \langle \tilde{\mathbf{v}}_{\ell} \tilde{\mathbf{v}}_{\ell} \rangle^{\ell} \tag{6.36}$$

En las ecuaciones de balance de masa y cantidad de movimiento se hizo énfasis en las ecuaciones de transporte interfacial considerando en forma implícita los fenómenos a través del área interfacial $A_{\nu\ell}$. Sin embargo, en los fenómenos de transporte interfacial de cantidad de movimiento también juegan un papel importante el área interfacial entre la pared y la fase ($A_{\nu\nu} \circ A_{\ell\nu}$).

En un reactor nuclear del tipo BWR, los fenómenos interfaciales que deben considerarse son el transporte de energía a través de la interfaz entre la fase vapor y líquida, y la interfaz entre la pared del combustible nuclear (paredes del canal propiamente) y las fases.

6.7.3. Ecuación escalada de energía

Fase vapor:

$$\frac{\partial \varepsilon_{\nu} \rho_{\nu} \langle h_{\nu} \rangle^{\nu}}{\partial t} - \frac{\partial \varepsilon_{\nu} \langle p_{\nu} \rangle^{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\nu} \rho_{\nu} \langle h_{\nu} \rangle^{\nu} \langle \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu} \right) + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\nu} \langle \mathbf{q}_{\nu} \rangle^{\nu} \right) = q_{\nu w}'' a_{\nu w}''' - h_g \Gamma_{\nu} + \varepsilon_{\nu} q_{\nu}''' \quad (6.37)$$

Fase líquida:

$$\frac{\partial \varepsilon_{\ell} \rho_{\ell} \langle h_{\ell} \rangle^{\ell}}{\partial t} - \frac{\partial \varepsilon_{\ell} \langle p_{\ell} \rangle^{\ell}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\ell} \rho_{\ell} \langle h_{\ell} \rangle^{\ell} \langle \mathbf{v}_{\ell} \rangle^{\ell} \right) + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\ell} \langle \mathbf{q}_{\ell} \rangle^{\ell} \right) = q_{\ell w}^{"} a_{\ell w}^{""} - h_{f} \Gamma_{\ell} + \varepsilon_{\ell} q_{\ell}^{""}$$
(6.38)

Ecuación escalada de energía interfacial en la interfaz vapor-líquido y pared-fases:

$$h_g \Gamma_v + h_f \Gamma_\ell + q''_{vw} a'''_{vw} + q''_{\ell w} a'''_{\ell w} = 0$$
(6.39)

Donde los coeficientes escalados están dados por:

$$h_g \Gamma_v = -\frac{1}{V} \int_{A_{v\ell}(\mathbf{r},t)} h_v m_v'' dA$$
(6.40)

$$a_{vw}''' \mathbf{q}_{vw}'' = -\frac{1}{V} \int_{A_{vw}(\mathbf{r},t)} \mathbf{q}_{v}'' \cdot \mathbf{n}_{vw} dA$$
(6.41)

En forma similar para el término $h_{\ell} \Gamma_{\ell}$ y el término $q_{\ell \nu}'' a_{\ell \nu}'''$, respectivamente.

6.8. Coeficientes escalados de flujos separados

Las ecuaciones de transporte escaladas que aplican a cada una de las fases y que consideran los efectos de interacción por transporte interfacial se llaman en la

$$\begin{split} & \frac{\partial \varepsilon_{\nu} \rho_{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\nu} \langle \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu} \rho_{\nu} \right) = -\Gamma_{\nu} \\ & \frac{\partial \varepsilon_{\ell} \rho_{\ell}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\ell} \langle \mathbf{v}_{\ell} \rangle^{\ell} \rho_{\ell} \right) = -\Gamma_{\ell} \end{split}$$

Cantidad de movimiento

$$\frac{\partial \varepsilon_{\nu} \rho_{\nu} \langle \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\nu} \rho_{\nu} \langle \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu} \langle \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu} \right) + \nabla \left(\varepsilon_{\nu} \langle p_{\nu} \rangle^{\nu} \right) - \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\nu} \langle \mathbf{\tau}_{\nu} \rangle^{\nu} \right) - \varepsilon_{\nu} \rho_{\nu} \mathbf{g} = -\mathbf{M}_{\nu\ell}$$
$$\frac{\partial \varepsilon_{\ell} \rho_{\ell} \langle \mathbf{v}_{\ell} \rangle^{\ell}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\ell} \rho_{\ell} \langle \mathbf{v}_{\ell} \rangle^{\ell} \langle \mathbf{v}_{\ell} \rangle^{\ell} \right) + \nabla \left(\varepsilon_{\ell} \langle p_{\ell} \rangle^{\ell} \right) - \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\ell} \langle \mathbf{\tau}_{\ell} \rangle^{\ell} + \mathbf{\tau}_{\ell}^{\text{Re}} \right) - \varepsilon_{\ell} \rho_{\ell} \mathbf{g} = -\mathbf{M}_{\ell\nu}$$

Energía

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_{\nu} \rho_{\nu} \langle h_{\nu} \rangle^{\nu}}{\partial t} &- \frac{\partial \varepsilon_{\nu} \langle p_{\nu} \rangle^{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\nu} \rho_{\nu} \langle h_{\nu} \rangle^{\nu} \langle \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu} \right) = -h_{g} \Gamma_{\nu} \\ \frac{\partial \varepsilon_{\ell} \rho_{\ell} \langle h_{\ell} \rangle^{\ell}}{\partial t} &- \frac{\partial \varepsilon_{\ell} \langle p_{\ell} \rangle^{\ell}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\ell} \rho_{\ell} \langle h_{\ell} \rangle^{\ell} \langle \mathbf{v}_{\ell} \rangle^{\ell} \right) = q_{\ell w}^{"} a_{\ell w}^{""} - h_{f} \Gamma_{\ell} + \varepsilon_{\ell} q_{\ell}^{""} \end{aligned}$$

literatura ecuaciones de flujos separados. En la **Tabla 6.1** se presentan las ecuaciones de flujos separados con ciertas simplificaciones y consideraciones que se discuten a continuación.

En flujo en dos fases, en general, el término del esfuerzo de Reynolds puede simplificarse, considerando que $\tau_{\nu}^{Re} << \tau_{\ell}^{Re}$. Los esfuerzos de Reynols de la fase líquida que representa un coeficiente escalado se obtienen aplicando la teoría de flujo potencial, en una celda constituida por una burbuja esférica y fluido a su alrededor, el resultado de este cálculo es:

$$\boldsymbol{\tau}_{\ell}^{\text{Re}} = \boldsymbol{\varepsilon}_{g} \boldsymbol{\rho}_{\ell} \frac{1}{5} \left(\frac{3}{4} \mathbf{e}_{x} \mathbf{e}_{x} + \frac{3}{4} \mathbf{e}_{y} \mathbf{e}_{y} + \mathbf{e}_{z} \mathbf{e}_{z} \right) \boldsymbol{v}_{r}^{2}$$
(6.42)

Masa

donde

$$v_r = \left| \langle \mathbf{v}_v \rangle^v \right| - \left| \langle \mathbf{v}_\ell \rangle^\ell \right| \tag{6.43}$$

La densidad de área interfacial a'''_{yyy} , es el área interfacial entre la fase gas en contacto con la pared A_{yyy} dividida por el volumen V. En un canal de un ensamble de combustible y en general en el núcleo del reactor, tanto en condiciones normales y la mayoría de transitorios, en principio la fase vapor no hace contacto con la pared calentada de combustible, entonces $A_{yyy} = 0$. Significando, que la fase líquida hace contacto con la pared y la densidad de área interfacial a'''_{ty} , se define como:

$$a_{\ell_W}^{\prime\prime\prime} = \frac{P_h}{A} \tag{6.44}$$

Donde P_{b} es el perímetro calentado y A_{f} corresponde al área de flujo, ambas cantidades obtenidas a través del diseño particular del reactor.

En un reactor nuclear del tipo BWR, $\varepsilon_{\nu}q_{\nu}'''$ y $\varepsilon_{\ell}q_{\ell}'''$ son la densidad de calor debido a radiación gamma principalmente, siendo despreciable en la fase vapor, es decir, $\varepsilon_{\nu}q_{\nu}''' << \varepsilon_{\ell}q_{\ell}'''$. Es importante mencionar que el reactor BWR no opera bajo el régimen de flujo de vapor, esto significa que el vapor no hace contacto con la pared del combustible del canal, por eso el término $q_{\nu\nu}''a_{\nu\nu}'''$ en la ecuación de energía de la fase vapor no aparece. Los términos de transporte por mecanismos conductivos son despreciables respecto a los convectivos, por lo tanto, los términos $\nabla \cdot (\varepsilon_{\ell} \langle \mathbf{q}_{\ell} \rangle^{\ell})$ y $\nabla \cdot (\varepsilon_{\nu} \langle \mathbf{q}_{\nu} \rangle^{\nu})$ no aparecen en las ecuaciones de energía.

En principio, el término de generación de masa, considerando únicamente calor latente de vaporización, se puede calcular en forma directa:

$$\Gamma_{\nu} = \frac{1}{h_{fg}} \left[q'' a_{\ell w}''' + q''' + \left(1 - \rho_{\nu} \varepsilon_{\nu} \frac{\partial h_g}{\partial p} - \rho_{\ell} \varepsilon_{\ell} \frac{\partial h_f}{\partial p} \right) \frac{\partial p}{\partial t} - \rho_{\ell} \varepsilon_{\ell} \langle v_{z\ell} \rangle^{\ell} \frac{\partial h_f}{\partial z} \right]$$
(6.45)

Aquí q'' es el flujo de calor por unidad de área, y se puede obtener con la ley de enfriamiento de Newton. Los términos tercero y cuarto dentro de los corchetes se evalúan a condiciones de saturación a la presión del reactor.

La ecuación escalada en la interfaz de cantidad de movimiento está dada por:

$$\mathbf{M}_{\nu\ell} = \mathbf{F}_{VM} + \mathbf{F}_D \qquad \text{en} \qquad A_{\nu\ell} \tag{6.46}$$

Donde \mathbf{F}_{VM} y \mathbf{F}_D , son coeficientes escalados que representan las fuerzas debido a masa virtual y arrastre. También son obtenidas con un modelo de celda aplicando la teoría de flujo potencial de una burbuja rodeada de un fluido. El coeficiente escalado de masa virtual obtenido bajo este esquema es:

$$\mathbf{F}_{VM} = \frac{1}{2} \rho_{\ell} \mathbf{a}_{VM} \tag{6.47}$$

$$\mathbf{a}_{vm} = \frac{D\mathbf{v}_v}{Dt} - \frac{D\mathbf{v}_\ell}{Dt} \tag{6.48}$$

Donde $\frac{D\mathbf{v}_{v}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{v}_{v}}{\partial t} + \mathbf{v}_{v} \cdot \nabla \mathbf{v}_{v}$ y $\frac{D\mathbf{v}_{\ell}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{v}_{\ell}}{\partial t} + \mathbf{v}_{\ell} \cdot \nabla \mathbf{v}_{\ell}$. El fenómeno de masa virtual co-

rresponde a la masa de líquido adherida a la burbuja.

El coeficiente escalado de arrastre para flujo burbuja está dado por:

$$\mathbf{F}_{D} = \frac{3}{8} \rho_{\ell} \frac{C_{D}}{R_{b}} \mathbf{v}_{r} |\mathbf{v}_{r}|$$
(6.49)

Donde R_b es el radio de burbuja, y el coeficiente de arrastre para burbujas con distorsión está dado por:

$$C_D = \frac{4}{3} R_b \rho_\ell \left[\frac{g(\rho_\ell - \rho_g)}{\sigma \varepsilon_\ell} \right]^{1/2}$$
(6.50)

Para extender el comportamiento del reactor a otros patrones de flujo, se deben obtener los coeficientes escalados para ello, siendo el modelo escalado de flujos separados un gran desafío desde un punto de vista práctico para cubrir el comportamiento de un reactor. Finalmente, recordando que no se consideran fenómenos de acumulación en la interfaz, la ecuación escalada en la interfaz es $\mathbf{M}_{\nu\ell} + \mathbf{M}_{\ell\nu} = 0$, con lo que conlleva a $\mathbf{M}_{\ell\nu} = -\mathbf{M}_{\nu\ell}$, es decir, en la interfaz se trasporta la cantidad de una fase a otra.

6.9. Flujo homogéneo

El término de *flujo homogéneo* en la teoría de flujo en dos fases se aplica para considerar que la velocidad del vapor (fase gas) es igual a la velocidad del líquido:

$$\mathbf{v}_H = \langle \mathbf{v}_\nu \rangle^\nu = \langle \mathbf{v}_\ell \rangle^\ell \tag{6.51}$$

Físicamente no es posible, debido a que la densidad de la fase vapor es de un orden de magnitud menor que la densidad de la fase líquida a las condiciones de operación de un reactor BWR. Sin embargo, para considerar que las velocidades son diferentes, se puede aplicar la aproximación de *flujos relativos* como una ecuación constitutiva.

Aplicando la aproximación de flujo homogéneo se puede obtener un modelo de una ecuación escalada de cantidad de movimiento. El procedimiento es directo y sencillo, se suman ambas ecuaciones y se aplican las suposiciones de flujo homogéneo, y el resultado se presenta en la **Tabla 6.2**.

Respecto a la **Tabla 6.2**, en la ecuación de balance de masa se obtiene que $\Gamma_{u} + \Gamma_{\ell} = 0$, además el coeficiente escalado de densidad está dado por:

$$\rho_{ef} = \varepsilon_v \rho_v + \varepsilon_\ell \rho_\ell \tag{6.52}$$

Tabla 6.2. Modelo escalado de flujo homogéneo: $\mathbf{v}_{_{H}} = \langle \mathbf{v}_{_{P}} \rangle^{\nu} = \langle \mathbf{v}_{_{P}} \rangle^{\ell}$.

Masa

$$\frac{\partial \rho_{ef}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\mathbf{v}_H \rho_{ef} \right) = 0$$

Cantidad de movimiento

$$\frac{\partial \rho_{ef} \mathbf{v}_{H}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho_{ef} \mathbf{v}_{H} \mathbf{v}_{H} \right) + \nabla \left(p_{R} \right) - \nabla \cdot \left(\boldsymbol{\tau}_{H} \right) - \rho_{ef} \mathbf{g} = 0$$

Energía

$$\frac{\partial \rho_{ef} h_H}{\partial t} - \frac{\partial p_H}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho_{ef} h_H \mathbf{v}_H \right) = q_{\ell w}'' a_{\ell w}''' + \Gamma_v h_{fg} + \varepsilon_{\ell} q_{\ell}'''$$

En la ecuación de balance de cantidad de movimiento, se puede observar que los esfuerzos viscosos están definidos como $\tau_H = \varepsilon_{\nu} \langle \tau_{\nu} \rangle^{\nu} + \varepsilon_{\ell} \langle \tau_{\ell} \rangle^{\ell} + \tau_{\ell}^{\text{Re}}$ y $p_H = \varepsilon_{\nu} \langle p_{\nu} \rangle^{\nu} + \varepsilon_{\ell} \langle p_{\ell} \rangle^{\ell}$, respectivamente. Una simplificación es considerar que $\varepsilon_{\nu} \langle \tau_{\nu} \rangle^{\nu} << \varepsilon_{\ell} \langle \tau_{\ell} \rangle^{\ell}$, implica que $\tau_H = \varepsilon_{\ell} \langle \tau_{\ell} \rangle^{\ell} + \tau_{\ell}^{\text{Re}}$, otra simplificación es considerar equilibrio mecánico, es decir, $p_H = \langle p_{\nu} \rangle^{\nu} = \langle p_{\ell} \rangle^{\ell}$. Finalmente, en la ecuación de balance de energía para flujo homogéneo, se puede deducir fácilmente que:

$$\rho_{ef}h_H = \varepsilon_v \rho_v \langle h_v \rangle^v + \varepsilon_\ell \rho_\ell \langle h_\ell \rangle^\ell \tag{6.53}$$

6.10. Modelo escalado de flujos relativos

La teoría de flujos relativos fue propuesta en 1965 por Zuber y Findlay, se basa en el siguiente concepto definido a través de la velocidad superficial de la fase gas:

$$j_{\nu} = \left(C_{o}j + v_{\nu j}\right)\mathcal{E}_{\nu} \tag{6.54}$$

Donde C_{a} y v_{yj} son el parámetro de distribución y velocidad de arrastre, respectivamente, y son función del patrón de flujo en dos fases. De acuerdo con esta relación, estos parámetros se pueden correlacionar con datos experimentales y obtener buenas aproximaciones. La velocidad superficial total está dada por:

$$j = j_v + j_\ell \tag{6.55}$$

Se establece que las velocidades superficiales de las fases son el producto de la velocidad intrínseca y la fracción volumen de la fase:

$$j_{\nu} = \mathcal{E}_{\nu} \langle \mathbf{v}_{\nu} \rangle^{\nu} \tag{6.56}$$

$$j_{\ell} = \varepsilon_{\ell} \langle \mathbf{v}_{\ell} \rangle^{\ell} \tag{6.57}$$

Los parámetros de flujos relativos aplicados a reactores BWR, para $\varepsilon_v < 0.65$ son:

$$C_0 = 1.2 - 0.2 \left(\frac{\rho_v}{\rho_\ell}\right)^{0.5} \tag{6.58}$$

$$v_{vj} = 1.53 \left[\frac{\sigma g \left(\rho_{\ell} - \rho_{v} \right)}{\rho_{\ell}^{2}} \right]^{0.2}$$
(6.59)

Para mostrar la aplicación de estas ideas, se presenta en la Tabla 6.3 el modelo escalado de flujos relativos para una descripción unidimensional y dependiente en el tiempo. Estas ecuaciones consideran efectos de no equilibrio termodinámico con transferencia de masa interfacial, y equilibrio mecánico $(\langle p_{\ell} \rangle^{\ell} = \langle p_{\nu} \rangle^{\nu} = p).$

El flujo de masa que se aplica no corresponde al de flujo homogéneo, corresponde con la siguiente definición:

$$G_{\nu j} = \rho_{\nu} j_{\nu} + \rho_{\ell} j_{\ell} \tag{6.60}$$

Para obtener la velocidad superficial, se puede demostrar que:

$$\frac{\partial j}{\partial z} = \left(\frac{1}{\rho_{\nu}} - \frac{1}{\rho_{\ell}}\right) \Gamma_{\nu} - \left(\frac{\varepsilon_{\nu}}{\rho_{\nu}} \frac{\partial \rho_{\nu}}{\partial p} + \frac{\varepsilon_{\ell}}{\rho_{\ell}} \frac{\partial \rho_{\ell}}{\partial p}\right) \frac{\partial p}{\partial t}$$
(6.61)

Tabla 6.3. Modelo escalado de flujos relativos (1-D).

Masa

$$\frac{\partial \rho_{\nu} \varepsilon_{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial j_{\nu} \rho_{\nu}}{\partial z} = -\Gamma_{\nu}$$
$$\frac{\partial \rho_{\ell} \varepsilon_{\ell}}{\partial t} + \frac{\partial j_{\ell} \rho_{\ell}}{\partial z} = -\Gamma_{\ell}$$

 ∂z

Energía

∂t

$$\frac{\partial \varepsilon_{\ell} \rho_{\ell} \langle h_{\ell} \rangle^{\ell}}{\partial t} - \frac{\partial \varepsilon_{\ell} p}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{\ell} \langle h_{\ell} \rangle^{\ell} j_{\ell}}{\partial z} = q_{\ell_{W}}^{"} a_{\ell_{W}}^{""} - h_{f} \Gamma_{\ell} + \varepsilon_{\ell} q_{\ell}^{"}$$
$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{ef} h_{H}) - \frac{\partial p}{\partial t} + G_{vj} \frac{\partial h_{H}}{\partial z} = q_{\ell_{W}}^{"} a_{\ell_{W}}^{""} + q^{""}$$

Cantidad de movimiento

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{G_{vj}^2}{\rho_{ef}} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{f G_{vj}^2}{2\rho_{ef} D_h} - g \rho_{ef}$$

FENÓMENOS INHERENTES DE RETROALIMENTACIÓN

7.1. Retroalimentación en un reactor nuclear

En un reactor se tienen diversos fenómenos físicos que se retroalimentan, es decir, su comportamiento tiene una dependencia entre sí. Por ejemplo, la temperatura del combustible depende de la potencia, la cual es generada a partir de los procesos de fisión y la densidad neutrónica generada. Y a su vez, los procesos neutrónicos dependen de la temperatura del combustible y también de la temperatura del refrigerante/moderador, y ésta última depende de la temperatura del combustible.

Esta retroalimentación se considera multi-física, ya que se tienen diversos fenómenos físicos entrelazados, y también multi-escala, ya que se lleva a cabo en diferentes escalas (neutrones, barra de combustible, ensamble, núcleo, etc.).

En este Capítulo se presenta la descripción de reactividad inherente y se discuten, desde un punto de vista físico, los efectos de retroalimentación en reactores térmicos y reactores rápidos. Para reactores térmicos se considera como referencia un reactor de agua en ebullición (BWR) y para reactores rápidos un reactor refrigerado con metal líquido (LMFR).

7.2. Reactividad por efecto físico

La reactividad fue definida en forma precisa en el **Capítulo 3**, como uno menos el inverso del factor multiplicación efectiva, que involucra las características del material combustible y la geometría del reactor. La geometría del reactor está relacionada con la probabilidad de no escape de los neutrones y está considerado en este factor. No obstante, los fenómenos físicos en un reactor nuclear como las temperaturas del combustible, refrigerante, presión, fracción volumen ocupada por la fase vapor (para un BWR), tienen un efecto considerable en el comportamiento del reactor, y deben considerarse en el modelo para la simulación de reactores nucleares en términos de dichas variables, así como otros efectos importantes como el Xenón y Samario que constituyen isótopos con alta sección eficaz de absorción de neutrones. Otros efectos externos son los mecanismos de control de la potencia del reactor, como son las barras de control.

7.3. Coeficiente de reactividad por temperatura del moderador

El coeficiente de reactividad por temperatura del moderador se define como:

$$\alpha_M \equiv \frac{\partial \rho}{\partial T}, \quad \text{para} \quad \alpha_M < 0 \quad (7.1)$$

En donde ρ es la reactividad y T la temperatura. El coeficiente de reactividad es negativo.

En términos del factor de multiplicación se obtiene:

$$\alpha_M \cong \frac{1}{K_{ef}} \frac{\partial K_{ef}}{\partial T} \tag{7.2}$$

Integrando el coeficiente de reactividad:

$$\rho^{M}(T(t)) = \alpha_{M} \int_{T_{0}}^{T(t)} \partial P = \alpha_{M} \int_{T_{0}}^{T(t)} \partial T$$
(7.3)

Se obtiene:

$$\rho^{M}(T(t)) - \rho_{0}^{M}(T_{0}) = \alpha_{M}(T(t) - T_{0})$$

$$(7.4)$$

Se puede observar que la ecuación anterior, matemáticamente hablando, es un funcional porque la temperatura depende del tiempo, y la reactividad depende de la temperatura. Esta ecuación la podemos escribir, para la temperatura del moderador como sigue:

$$\rho_T^M(T_r(t)) = \rho_0^M(T_{r0}) - \alpha_M(T_{r0} - T_r(t))$$
(7.5)

En la práctica, se puede seleccionar $\rho_0^M(T_{r0}) = 0$, no obstante, es importante tenerla en mente para un posible uso. Entonces, si la temperatura es T_{r0} se selecciona en un estado estacionario, podemos entender el siguiente efecto físico, si $T_r(t) = T_{r0}$ la reactividad $\rho^M(T_{r0}) = 0$ en cualquier tiempo. Ahora si $T_r(t) > T_{r0}$ implica que $\rho^M(T_r(t)) < 0$ y el número de fisiones disminuye (la multiplicación de neutrones disminuye) porque el aumento de temperatura en el moderador produce disminución de la densidad y por lo tanto en la moderación, desde un punto de vista de física del reactor, son cambios en el espectro de energía del neutrón. Para el caso donde $T_r(t) < T_{r0}$ ocurre lo contrario, i.e., la moderación aumenta por aumento en la densidad del moderador. Este es un efecto de temperatura dominante, la del moderador, y el otro efecto de temperatura es la del combustible que se discute en la siguiente sección.

7.4. Reactividad por efecto Doppler

La temperatura del combustible es un efecto dominante en la mayoría de los reactores nucleares. Este fenómeno se atribuye a los cambios en la resonancia de absorción debido a cambios en la temperatura del combustible.

Siguiendo el mismo procedimiento anterior, se puede obtener la reactividad por Doppler:

$$\rho_T^D(T_f(t)) = \rho_0^D(T_{f0}) - \alpha_D(T_{f0} - T_f(t)) \quad \text{para} \quad \alpha_D < 0 \quad (7.6)$$

Donde T_{f^0} es la temperatura de estado estacionario del combustible, $T_f(t)$ es la temperatura del combustible dependiente del tiempo, y α_D es el coeficiente de reactividad Doppler. Considerando que $\rho_0^D(T_{f^0}) = 0$ como una simplificación, podemos hacer un análisis de esta ecuación. Si $T_f(t) = T_{f^0}$ no existen efectos de retroalimentación por efecto Doppler. Si se produce un aumento de temperatura en el combustible, por ejemplo, por aumento de potencia por barras de control o efectos de retroalimentación como disminución de temperatura en el moderador, $T_f(t) > T_{f^0}$ y como $\alpha_D < 0$, implica una reactividad negativa $\rho_T^D(T_f(t)) < 0$ produciendo una reducción de las fisiones. El caso contrario es cuando $T_f(t) < T_{f^0}$ y aquí $\rho_T^D(T_f(t)) > 0$ produciendo un aumento de las fisiones.

Se puede observar que la retroalimentación inherente en un reactor nuclear es compleja, debido a que el flujo neutrónico se retroalimenta por los efectos de temperatura del moderador y temperatura del combustible, donde deben generarse oscilaciones de potencia y temperaturas, que tienen un comportamiento amortiguado.

7.5. Reactividad por fracción de vacíos

Los reactores nucleares operan bajo el mismo principio, cuyos elementos son el combustible nuclear, refrigerante y un sistema de control de potencia. Los efectos de temperatura del moderador y temperatura del combustible pueden considerarse como un común denominador de los reactores nucleares. No obstante, los reactores BWR operan en flujo en dos fases, es decir, dentro de la vasija del reactor experimenta ebullición. Por lo tanto, se debe considerar el efecto de retroalimentación por la presencia del flujo en dos fases (Ver **Capítulo 6**). Una práctica común es usar la fracción volumen que ocupa la fase vapor como una variable, que suele denominarse fracción de vacío.

La reactividad por fracción de vacío se puede aproximar como en los casos anteriores:

$$\rho^{\nu}(\varepsilon_{\nu}(t)) = \rho_{0}^{\nu}(\varepsilon_{\nu 0}) - \alpha_{\nu}(\varepsilon_{\nu 0} - \varepsilon_{\nu}(t)) \qquad \text{para} \qquad \alpha_{\nu} < 0 \tag{7.7}$$

Donde α_{ν} es el coeficiente de reactividad por fracción de vacío, y $\varepsilon_{\nu}(t)$ es la fracción de vacío definida por:

$$\mathcal{E}_{\nu}(t) = \frac{V_{\nu}(t)}{V_{\nu}(t) + V_{\ell}(t)}$$
(7.8)

Para el caso del estado estacionario se puede estimar ε_{p0} considerando que para este valor (pero no necesariamente) $\rho_0^{\nu}(\varepsilon_{p0}) = 0$. Si $\varepsilon_p(t) = \varepsilon_{p0}$, la reactividad por vacíos es cero y no hay efectos de retroalimentación. Ahora, considerando que $\varepsilon_p(t) > \varepsilon_{p0}$, la reactividad es $\rho^{\nu}(\varepsilon_p(t)) < 0$ disminuyendo dramáticamente las fisiones debido a la moderación de neutrones, que se ve severamente afectada por el aumento de la fase vapor. Por otro lado, si la fracción volumen disminuye $\varepsilon_p(t) < \varepsilon_{p0}$ y $\rho^{\nu}(\varepsilon_p(t)) > 0$, significa que la moderación se incrementa y por lo tanto, también las fisiones, que se traduce en aumento del flujo neutrónico y potencia del reactor.

La fracción volumen en un reactor BWR puede variar por control de flujo de recirculación, y en cambios más drásticos, de disminución súbita por disparo de las bombas de recirculación. Otros eventos de gran relevancia en el comportamiento de este tipo de reactores, que producen cambios significativos en la fracción volumen de vapor, son las presurizaciones por disparo de turbina o aislamiento de las líneas de vapor, provocando una gran reactividad positiva debido a que se comprime la fase vapor y ocupa ese espacio la fase líquida, logrando aumentar por mucho la moderación de los neutrones, aumentando sustantivamente las fisiones y generando un pico de potencia con duración de milisegundos. Un análisis más detallado de los reactores BWR indica que este aumento dramático de la potencia se contrarresta con el efecto Doppler, antes de que las barras de control puedan mitigar el aumento de potencia.

7.6. Reactividad por barras de control

Como su nombre lo indica, esta reactividad es generada por la posición de las barras de control en el núcleo del reactor, y se define como:

$$\rho^{CR}(t) = a + \frac{b(1 - CR(t))}{1 + c(1 - CR(t))}$$
(7.9)

Donde *a*, *b* y *c* son coeficientes que corresponden a un reactor típico BWR. La posición de las barras de control normalizado es *C*R.

Los reactores nucleares están diseñados para ser inherentemente seguros desde el punto de vista de los efectos de retroalimentación, porque ante cualquier perturbación tienden a disminuir la potencia. La reactividad total de un reactor nuclear es la suma de cada una de las contribuciones, es decir:

$$\rho(t) = \rho_0 + \rho_T^M \rho_T^D \left(T_r(t) \right) + \rho_T^D \rho_T^D \left(T_f(t) \right) + \rho^v \left(\varepsilon_v(t) \right) + \rho^{CR} \left(CR(t) \right)$$
(7.10)

La reactividad en estado estacionario ρ_0 , representa la suma de ρ_0^M , ρ_0^D y ρ_0^ν .

7.7. Reactividad inherente en reactores rápidos

El espectro de energía de los neutrones en reactores rápidos refrigerados con metales líquidos, y su respuesta física con los fenómenos de retroalimentación inherentes, presentan ciertas diferencias respecto a los reactores térmicos. En primer lugar, el efecto Doppler sigue siendo de principal importancia. Segundo lugar, los efectos de expansión de los diferentes materiales principales, como son el combustible, encamisado y el refrigerante; este último corresponde a un metal líquido, son muy importantes en el comportamiento neutrónico.

$$\rho(t) = \rho_0 + \rho^D(t) + \rho^E(t)$$
(7.11)

La retroalimentación Doppler está dada por:

$$\rho^{D}(t) = \int_{T_{f0}}^{T_{f}(t)} \left(\frac{K_{D}}{T}\right) dT = K_{D} \ln\left(\frac{T_{f}(t)}{T_{f0}}\right)$$
(7.12)

Donde K_{D} se conoce como constante Doppler, definida por:

$$K_D = T \frac{dK_{ef}}{dT} \tag{7.13}$$

Los efectos de expansión en el combustible ρ_{f}^{E} , encamisado ρ_{c}^{E} y el metal líquido ρ_{l}^{E} , se pueden agrupar como sigue:

$$\rho^{E}(t) = \rho_{f}^{E}(T_{f}(t)) + \rho_{c}^{E}(T_{c}(t)) + \rho_{l}^{E}(T_{l}(t))$$
(7.14)

donde

$$\rho_f^E(T_f(t)) = \rho_0^E(T_{f0}) - \alpha_f(T_{f0} - T_f(t))$$
(7.15)

$$\rho_{c}^{E}(T_{c}(t)) = \rho_{0}^{E}(T_{c0}) - \alpha_{c}(T_{c0} - T_{c}(t))$$
(7.16)

$$\rho_{l}^{E}(T_{l}(t)) = \rho_{0}^{E}(T_{l0}) - \alpha_{c}(T_{l0} - T_{l}(t))$$
(7.17)

Los efectos de las temperaturas de las distintas partes de la estructura del reactor sobre la reactividad dependen del diseño detallado del reactor. Las dimensiones radiales del núcleo del reactor están determinadas por la temperatura de la estructura que lo sostiene, mientras que las dimensiones axiales del núcleo pueden depender principalmente de la temperatura de la varilla de combustible, por lo que las dimensiones radiales y axiales pueden cambiar independientemente con la temperatura. Si las temperaturas estructurales aumentan, las densidades medias de los materiales sólidos disminuyen, pero la densidad media del refrigerante puede permanecer igual o incluso aumentar. Si, por ejemplo, las temperaturas de todos los materiales del núcleo son constantes mientras que la temperatura de la estructura que lo sostiene aumenta de modo que su radio aumenta en un 1 %, el volumen del núcleo aumentará en un 2 %. El volumen y la masa reales del combustible y del material estructural en el núcleo permanecerán iguales, por lo que sus densidades disminuirán en un 2 %. Sin embargo, si el combustible y la estructura constituían el 50 % del núcleo original, ahora formarán solo el 49 % del núcleo expandido, de modo que la fracción de volumen de refrigerante habrá aumentado del 50 al 51 %.

Para el refrigerante de plomo-bismuto o gas, todos estos efectos son pequeños, pero no así para el sodio. Los diversos componentes del coeficiente de reactividad de temperatura del sodio se describen a continuación: un aumento de temperatura reduce la densidad del sodio y esto reduce la sección eficaz de captura, dando un aumento en la reactividad y una contribución positiva de captura al coeficiente de temperatura, pero es una contribución pequeña porque el sodio no captura muchos neutrones en primer lugar. Debido a que el sodio es un moderador eficaz, esta contribución moderadora positiva, el coeficiente de temperatura del sodio es grande.

7.8. Temperatura puntual y escalada

La reactividad inherente de los diferentes efectos es función de la temperatura del combustible, temperatura del refrigerante y temperatura del combustible.

Estas mismas expresiones se pueden aplicar con modelos totalmente de orden reducido, o una combinación con parámetros agrupados. En el primer caso se aplican en forma directa, pero en el otro caso se deben colapsar los campos de temperaturas y de fracción de vacíos, de la siguiente forma:

$$\langle \boldsymbol{\psi} \rangle = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \boldsymbol{\psi}(\mathbf{r}) dV \tag{7.18}$$

7.9. Diagrama conceptual de la reactividad

En la **Figura 7.1**, se presenta la contribución en la reactividad de un reactor BWR. La temperatura de combustible T_{ℓ} , contribuye a la reactividad por efecto



Figura 7.1. Diagrama conceptual de reactividad en un reactor BWR.

Doppler ρ_T^D . En la termohidráulica del núcleo del reactor, la temperatura del moderador T_M y fracción de vacíos ε_p , contribuyen a las reactividades inherentes de ρ_T^M y ρ^p , respectivamente. La reactividad externa es la posición de barras de control *CR* por maniobras del operador del reactor o se pueden accionar automáticamente para la protección del reactor. El término se identifica por ρ^{CR} .

CAPÍTULO

ANÁLISIS CONCEPTUAL DE REACTORES NUCLEARES

8.1. Método de análisis

Una vez conocidos los fenómenos presentes en el núcleo del reactor, así como los modelos que pueden ser aplicados para modelar dichos fenómenos, es posible seguir una metodología para modelar un reactor nuclear, desde la descripción unitaria de los procesos hasta la integración simultánea, mejor conocida como acoplamiento neutrónico y termohidráulico.

La metodología propuesta consta de los siguientes pasos:

Paso 1. Establecer el tipo de reactor que será analizado.

Paso 2. Identificar el refrigerante/moderador.

Paso 3. Análisis de la geometría del núcleo.

Paso 4. Análisis de los fenómenos neutrónicos.

Paso 5. Análisis de transferencia de calor en el combustible nuclear.

Paso 6. Coeficiente de transferencia de calor.

Paso 7. Análisis del proceso termohidráulico.

Paso 8. Análisis de reactividad inherente.

Paso 9. Acoplamiento nuclear y termohidráulico.

Los **Pasos 1** y **2** son cruciales para establecer el **Paso 3**, que permite definir las características del reactor, y por lo tanto la geometría del núcleo, ensamble y canal que incluye la barra de combustible. Ahora, los **Pasos** del **4** al **7** corresponden a la formulación matemática que modelan los fenómenos principales de cada proceso, pero el Paso 8 son expresiones algebraicas que utilizan las variables calculadas y representan los efectos de retroalimentación, que, sin estos, no es posible entender el comportamiento de los reactores nucleares. No se mencionan como un paso, pero el procedimiento para encontrar las condiciones iniciales es hacer igual a cero el operador diferencial dependiente en el tiempo de todas las ecuaciones y encontrar analítica o numéricamente el valor de las variables fundamentales, tales como temperaturas, velocidades, fracción de vacíos y caída de presión, que deben corresponder al diseño del reactor. Después, se implementan los modelos en forma transitoria y se verifican en forma independiente cada uno, para garantizar que las simulaciones puedan ser correctas. Finalmente, en el Paso 9 se establecen las estrategias de acoplamiento que puede ser un enfoque secuencial o implícito, pudiendo existir una combinación de ambos enfoques. En este capítulo, el acoplamiento de modelos nucleares, transferencia de calor en el combustible y termohidráulico se presenta en forma conceptual utilizando modelos de orden reducido, para presentar con mayor claridad posible la integración que constituye el objetivo de este libro.

8.2. Tipo de reactor

Los tipos de reactores se clasifican de acuerdo con su generación, y en este texto hacemos énfasis en los reactores de Generación III, III+ y IV. También es importante conocer el espectro neutrónico del reactor, que puede ser rápido o térmico. Finalmente, el tipo de refrigerante y moderador. Estos tres aspectos son esenciales para definir los parámetros nucleares, propiedades físicas y de transporte y geometrías para caracterizar el reactor nuclear a través del modelado matemático. El análisis de seguridad en transitorios se lleva a cabo con simulaciones numéricas conservadoras, en el sentido del diseño de escenarios en condiciones más desfavorables para el reactor nuclear analizado.

Como se mencionó en el **Capítulo 1**, las Generaciones III y III+ abordan reactores avanzados enfriados por agua (BWR y PWR) y reactores enfriados por gas. En el caso de la Generación IV, se consideran los reactores enfriados por metales líquidos (LFR y SFR), enfriados por gas (GFR), reactores de sales fundidas (MSR), el reactor de muy alta temperatura (VHTR) y el reactor enfriado con agua supercrítica (SCWR).

8.3. Tipos de refrigerante y moderador

Los reactores enfriados con agua, debido al combustible que utilizan, requieren que el espectro de energía de los neutrones sea térmico, es decir, en un orden de 0.025 [eV]. Para este fin, utilizan el refrigerante (agua) como moderador debido a que los neutrones de fisión disminuyen su energía a partir de las colisiones entre los neutrones y las moléculas de agua. Los reactores de sales fundidas utilizan grafito como moderador; en este caso los neutrones chocan con las moléculas del grafito. En términos generales se llaman reactores térmicos por el espectro de energía promedio de los neutrones con que operan.

A diferencia de los reactores térmicos, los reactores rápidos operan con un espectro de neutrones de alta energía, es decir 0.1-1 [MeV]. Dentro de esta energía es posible que se lleven a cabo los procesos de fisión para el tipo de combustible utilizado. Estos reactores utilizan como refrigerantes metales líquidos y gases que eviten la termalización de los neutrones.

Al conocer el tipo de refrigerante o refrigerante-moderador, se utilizarán las correlaciones y modelos correspondientes para los modelos termohidráulicos y de transferencia de calor en el combustible.

8.4. Análisis de la geometría del núcleo

La geometría del núcleo determina el orden en el que se encuentran los ensambles de combustible y los sistemas de control. Dentro de las geometrías existentes de algunos reactores, se encuentra la geometría cuadrada y geometría hexagonal. No obstante, los reactores enfriados con gas con combustibles esféricos y el de sales fundidas no siguen estas geometrías. En la **Figura 8.1a** se presenta la geometría cuadrada, utilizada principalmente en reactores refrigerados por agua. Como se observa, el núcleo tiene un orden cuadrado, intercalando los ensambles con las barras de control. El tipo de ensamble correspondiente a la geometría cuadrada se presenta en la **Figura 8.1b**. Se tienen cuatro ensambles de combustible y una barra de control de forma cruciforme, típico de un reactor BWR.

En la **Figura 8.2a** se presenta la geometría hexagonal del núcleo, así como el ensamble (**Figura 8.2b**). A diferencia del núcleo cuadrado, el hexagonal cuenta con ensambles de control y reflectores distribuidos en el núcleo.



Figura 8.1. Geometría cuadrada: a) núcleo y b) ensamble.



Figura 8.2. Geometría hexagonal: a) núcleo y b) ensamble.


Figura 8.3. a) Arreglo cuadrado, b) arreglo hexagonal.

Una vez conocida la geometría del núcleo, es posible conocer el tipo de arreglo de combustible que tiene el reactor. En la **Figura 8.3** se presentan los tipos de arreglos de las barras de combustible. De acuerdo con estos arreglos se calcularán los parámetros termohidráulicos.

El arreglo de las barras de combustible es importante para el análisis termohidráulico, donde los parámetros cruciales son el área de flujo (A_{fluje}) y el diámetro hidráulico (D_{μ}), los cuales son determinantes para el cálculo de las velocidades, caídas de presión y transferencia de calor entre el fluido refrigerante y la barra de combustible.

En la **Tabla 8.1** se muestran las expresiones para el cálculo de los principales parámetros termohidráulicos.

Parámetro	Arreglo cuadrado	Arreglo hexagonal
Área de flujo	$A_f = l_p^2 - \frac{\pi}{4}d^2$	$A_f = \frac{\sqrt{3}}{2} {l_p}^2 - \frac{\pi}{4} d^2$
Perímetro calentado	$P_h =$	πd
Diámetro equivalente	$D_h =$	$4\frac{A_f}{P_h}$
Área de transferencia de calor	$A_{TC} =$	$=\pi dL$

Tabla 8.1. Parámetros geométricos para la termohidráulica.

8.5. Análisis de los fenómenos neutrónicos

Cuando se conoce el tipo de reactor y diseño del núcleo, se obtienen los parámetros nucleares como son: tiempo medio de generación de neutrones Λ , fracción de neutrones retardados β , constantes de desintegración de los grupos de precursores de neutrones, λ , sección eficaz macroscópica de absorción Σ_a , sección eficaz macroscópica de fisión Σ_f , coeficiente de difusión de neutrones D, y coeficientes de reactividad por efecto Doppler α_D , fracción de vacíos α_p , temperatura de moderador α_M , entre otros, como las barras de control que son una reactividad externa, es decir, no es inherente.

En el **Capítulo 3**, se presenta la generación de potencia en función de la densidad neutrónica n(t), para estimar la densidad de potencia $q'''(\mathbf{r},t)$, y completarla con la transferencia de calor en el combustible o determinar la temperatura del combustible $T_f(\mathbf{r},t)$. No obstante, otras variables de interacción con el modelo de generación de potencia son, entre otras: la temperatura del refrigerante $T_r(\mathbf{r},t)$ y la fracción de volumen de la fase gas $\varepsilon_r(\mathbf{r},t)$.

8.6. Análisis de transferencia de calor en el combustible nuclear

Para modelar la transferencia de calor en la barra de combustible se utiliza principalmente la conducción de calor, tema que se aborda en el **Capítulo 4**. Para establecer el modelo, es necesario conocer el diseño del combustible, es decir, que materiales están contenidos en la barra de combustible.

En la **Figura 8.4** se presentan los cortes radiales de las barras de combustible. La **Figura 8a** es el diseño utilizado en los reactores enfriados con agua, este contiene la sección de combustible, la región de la holgura y el encamisado, la **Figura 8b** es el diseño utilizado en los reactores avanzados y enfriados con metales líquidos, este contiene las secciones de combustible, holgura y encamisado, además de un orificio en el centroide. A diferencia de los diseños anteriores, el de **la Figura 8c** no contiene holgura, por lo que el combustible y el encamisado se encuentran en contacto. Finalmente, la **Figura 8d** muestra el diseño con combustible y encamisado, que puede representar un combustible esférico compuesto de una mezcla de grafito y combustible nuclear tipo TRISO.

Además de lo anterior, que representa un paso importante en el análisis de transferencia de calor para determinar la temperatura del combustible $T_t(\mathbf{r},t)$, son



Figura 8.4. Configuraciones de barras de combustible nuclear.

importantes las propiedades físicas de capacidad calorífica, densidad y conductividad térmica de los materiales que componen el combustible. También es necesaria la temperatura del refrigerante $T_r(\mathbf{r},t)$ y el coeficiente de transferencia de calor *h*, para obtener el flujo de calor por unidad de área $q''(\mathbf{r},t)$.

8.7. Coeficiente de transferencia de calor

El coeficiente de transferencia de calor *h*, dada su importancia, ocupa un espacio importante en la metodología y aparece en la Ley de enfriamiento de Newton, que establece que el flujo de calor por unidad de área es directamente proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y los alrededores. En el contexto de los reactores nucleares, el cuerpo es la pared del combustible y los alrededores el refrigerante. Esta aproximación aplica lejos de las paredes del combustible, es decir suficientemente lejos de los efectos de capa límite térmica alrededor del combustible. Considerando la escala del reactor, esta aproximación es *ad hoc*.

El coeficiente de transferencia de calor está dado por:

$$h = Nu \frac{k_r}{D_h} \tag{8.1}$$

donde k_r es la conductividad térmica del refrigerante, D_{b} es el diámetro equivalente del canal o núcleo del reactor, y Nu es el número de Nusselt. Para flujo turbulento en una fase se puede aplicar la correlación de Dittus-Boelter, para un flujo paralelo a un banco de tubos es:

$$Nu = C \operatorname{Re}^{4/5} \operatorname{Pr}^{0.4}$$
(8.2)

Donde Re es el número de Reynolds, Pr es el número de Prandtl; y C = $0.042(P_p/D_c) - 0.042$ dada por Weismann, válida para $1.1 \le P/D_c \le 1.3$ siendo P_p la distancia centro a centro entre dos barras de combustible en un arreglo cuadrado, y D_c es el diámetro de la barra de combustible. Para el flujo laminar N_{H} es igual a una constante. Para el flujo en dos fases se puede aplicar la correlación de Chen, publicada en 1963:

$$h_{TP} = h_{SP} + h_{NB} \tag{8.3}$$

Donde h_{sp} el coeficiente de transferencia de calor se puede obtener de la Ec. (8.2), pero considerando un número de Reynolds en dos fases definido por:

$$\operatorname{Re}_{TP} = \operatorname{Re}_{SP} F^{1.25} \tag{8.4}$$

El número de Reynolds dada por la Ec. (8.2), debe considerar solo la fase líquida, es decir, $\operatorname{Re}_{SP} = \operatorname{Re}(1-x)$ donde x es la calidad. El factor de ebullición convectiva está dado por F = 1 para $X_{\alpha}^{-1} \leq 0.1$, de lo contrario:

$$F = 2.35 \left(\frac{1}{X_{tt}} + 0213\right)^{0.736}$$
(8.5)

El factor de Martinelli se calcula de acuerdo con:

$$X_{tt} = \left(\frac{1-x}{x}\right)^{0.99} \left(\frac{\rho_g}{\rho_f}\right)^{0.5} \left(\frac{\mu_f}{\mu_g}\right)^{0.1}$$
(8.6)

El segundo término de esta ecuación es un coeficiente convectivo de transferencia de calor para el flujo en dos fases, dado por:

$$h_{NB} = 0.00122 N_b \left(p \right) \times \left(T_{fu} - T_{sat} \right)^{0.99} S$$
(8.7)

donde

$$N_{b}(p) = \left(\frac{k_{l}^{0.79} C p_{l}^{0.45} \rho_{l}^{0.49}}{\sigma^{0.45} \mu_{l}^{0.29} h_{fg}^{0.24} \rho_{g}^{0.24} \rho_{g}^{0.24}}\right) \left(\frac{h_{fg}}{T_{sat} v_{fg}}\right)^{0.75}$$
(8.8)

Una buena aproximación se obtiene considerando que las propiedades se pueden evaluar a condiciones de saturación a la presión del reactor. Inclusive, se puede observar que $N_b(p)$ se puede representar a través de correlaciones empíricas. Los términos que aparecen en esta ecuación son: $b_{jg} = b_g - b_f$, $v_{jg} = v_g - v_f$, el significado de T_{ju} es la temperatura del combustible, T_{sat} es la temperatura de saturación, y $S = (1 + 2.23 \times 10^{-6} \text{ Re}_{TP}^{1.17})^{-1}$. Para reactores refrigerados con metales líquidos, el coeficiente de transferencia de calor se puede obtener con la siguiente correlación:

$$Nu = 4 + 0.025 (\text{Re Pr})^{-0.8}$$
(8.9)

8.8. Análisis de los procesos termohidráulicos

El modelado del proceso termohidráulico en el refrigerante para flujo en una fase se discute en el **Capítulo 5**, y para flujo en dos fases en el **Capítulo 6**. Desde un punto de vista de causalidad entre modelos del reactor, es importante destacar que la presión del reactor p_x , la temperatura de entrada del refrigerante T_n y el flujo másico a la entrada w_n (o velocidad promedio) son variables de entrada para el análisis del refrigerante desde el punto de vista hidrodinámico y térmico, pero también, el flujo de calor por unidad de área $q''(\mathbf{r},t)$. Con estas variables fundamentales se obtiene la temperatura del refrigerante $T_r(\mathbf{r},t)$, y la fracción volumen de fase vapor $\varepsilon_p(\mathbf{r},t)$, que constituyen la retroalimentación inherente desde el punto de vista de los procesos neutrónicos. También los flujos másicos o velocidades superficiales a la salida del núcleo del reactor y la caída de presión en el núcleo.

8.9. Análisis de reactividad inherente

La reactividad por efecto inherente de retroalimentación es importante cuando se rompe el equilibrio entre las condiciones que imperan en el reactor y el comportamiento de los procesos neutrónicos, porque se generan cambios de aumento o disminución de las fisiones nucleares y mecanismos de absorción y captura a la escala atómica.

Las condiciones que imperan en el reactor, cuando existen transitorios por cambios de presión p_x , condiciones de flujos w_r y temperaturas T_r del refrigerante, generan cambios en el refrigerante como son las temperaturas $T_r(\mathbf{r},t)$ y fracciones de volumen de gas $\varepsilon_r(\mathbf{r},t)$, y temperaturas en el combustible nuclear $T_f(\mathbf{r},t)$, importante para reactores de espectro de neutrones térmicos. Además para reactores de espectro de neutrones rápidos enfriados con metales líquidos, los efectos de expansión son una contribución de estos mecanismos.

En el **Capítulo 7**, se presentan las ecuaciones que gobiernan los mecanismos de retroalimentación, como son el efecto Doppler entre los que destacan $\rho^{D}(T_{f}(t))$, temperatura de moderador $\rho^{M}(T_{r}(t))$ y fracción de vacíos $\rho^{\nu}(\varepsilon_{\nu}(t))$, para reactores térmicos, siendo la suma de la contribución de cada uno de ellos $\rho(t)$, una variable esencial para calcular la densidad neutrónica n(t) y, por lo tanto, la densidad de potencia $q'''(\mathbf{r},t)$. La reactividad por efectos de expansión se identifica por $\rho_{f}^{E}(T_{f}(t)), \rho_{c}^{E}(T_{c}(t))$ y $\rho_{l}^{E}(T_{l}(t))$ para el combustible, encamisado del combustible nuclear y metal líquido, respectivamente.

8.10. Acoplamiento nuclear y termohidráulico

La metodología se puede conceptualizar usando un reactor avanzado de convección natural de tipo BWR, con un modelado matemático de orden reducido, como ejemplo. Esta estrategia depende del enfoque de acoplamiento que puede ser secuencial, simultáneo, o hibrido.

En el enfoque secuencial se recomienda resolver primero la cinética neutrónica, seguido de la transferencia de calor en el combustible y después la termohidráulica del núcleo, finalizando con la reactividad para posteriormente regresar a la retroalimentación de la cinética neutrónica. En la **Figura 8.5** se presenta el esquema de acoplamiento para el reactor BWR.

Este enfoque permite aplicar las condiciones de frontera para un caso donde la reactividad total sea cero. El proceso de acoplamiento, si bien es de las más interesantes, también de las importantes y constituye un verdadero desafío lograrlo.



Figura 8.5. Diagrama de acoplamiento secuencial de un reactor BWR.

Se necesita del conocimiento profundo de los fenómenos para tomar decisiones de acoplamiento por los efectos de retroalimentación donde las escalas de tiempo son muy variadas. Por ejemplo, la cinética neutrónica es del orden de millonésimas de segundo inclusive inferiores; los fenómenos termohidráulicos constituyen una escala de tiempo inferior a la transferencia de calor que es del orden de segundos, pero en comparación con la escala atómica son del mismo orden de magnitud característica de los sistemas macroscópicos.

8.11. Diagrama conceptual de la metodología

Una vez establecida la información necesaria para el análisis de los reactores nucleares de acuerdo con su tipo y a las distintas escalas, se continúa con la metodología para el análisis y acoplamiento de los fenómenos del reactor. En la **Figura 8.6** se presenta el diagrama esquemático conceptual de la metodología propuesta para el análisis, paso a paso, de los reactores nucleares.



Figura 8.6. Diagrama conceptual de la metodología de análisis de reactores.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bird, R., Steward, W., Lightfoot, E. (2014). Trasport Phenomena. Wiley: Estados Unidos.
- D'Auria F, Reventos F., Herranz L., Perea M. S., Alberola S. C., Freixa J., ... Espinosa-Pardes G., ..., Cizelj L. (2024). What is the future for nuclear fission technology? A technical opinion from the Guest Editors of VSI NFT series and the Editor of the Journal Nuclear Engineering and Design. Nuclear Engineering and Design 425, 113332. https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2024.113332
- Duderstadt, J. J., Hamilton, L. J. (1976). Nuclear Reactor Analysis. USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Espinosa-Paredes G., Nuñez-Carrera A. (2008). SBWR Model for Steady State and Transient Analysis. Science and Technology of Nuclear Installations 2008, Article ID 428168. https://doi.org/10.1155/2008/428168
- Espinosa-Paredes G., Vázquez Rodríguez R. (2016). Física de Reactores Nucleares I: Un enfoque conceptual. OmniaScience, Charleston, Estados Unidos. https://doi.org/10.3926/oss.27
- Espinosa-Paredes G. (2021). Fractional-Order Models for Nuclear Reactor Analysis. WP Elsevier, Reino Unido. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-823665-9.00001-8
- Espinosa-Paredes G., François J. L., Alonso G., Castillo A. (2024). Preface for special issue NFT-17: MX & CU & VE nuclear fission technology in Mexico, Cuba, and Venezuela (+ Central America). Nuclear Engineering and Design 420, 113024. https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2024.113024

- Fernández de la Garza, R., & García Ramírez, C. (2009). La Nucleoelectricidad, una Oportunidad para México. Academia de Ingeniería de México.
- Glasstone S., Sesonske A. (1955). Nuclear Reactor Engineering, Van Nostrand, Estados Unidos.
- Grasso, G., Mikityuk, K., Petrovich, C., Mattioli, D., Manni, F., Gugiu, D. (2013). Demonstrating the effectiveness of the European LFR concept: The AL-FRED core design. in: IAEA, Vienna, 2013: p. IAEA-CN-199/312.
- Howes F. A., Whitaker S. (1985). The spatial averaging theorem revisited. Chemical Engineering Science 40, 1387-1392. https://doi.org/10.1016/0009-2509(85)80078-6
- Judd A.M. (2014). An introduction to the engineering of fast nuclear reactors. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9781139540858
- Kartono D. T., Hastjarjo S., Sajidan, Effendi B. S., Ashari D. K., Wijayanto P. K., Saraswati Z.N., Christy A. Y. (2023). Acceptable Level of Acceptance and the Affecting Factors: What Is the Acceptable Public Acceptance of Building a Nuclear Power Plant. Science and Technology of Nuclear Installations 2023(1), 8923578. https://doi.org/10.1155/2023/8923578
- Lázaro A., Ammirabile L.,Bandini G., Darmet G., Massara S., Dufour Ph., Tosello A., Gallego E., Jimenez G., Mikityuk K., Schikorr M., Bubelis E., Ponomarev A., Kruessmann R., Stempniewicz M. (2014). Code assessmentt and modelling for Design Basis Accident Analysis of the European sodium fast reactor design. Part I: System description, modelling and benchmarking. Nuclear Engineering and Design 266 (1-16). https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2013.10.019
- Matuzas V., Ammirabile L., Cloarec L., Lemasson D., Perez-Martin S., Ponomarev A. (2018). Extension of ASTEC-Na capabilities for simulating reactivity effects in Sodium Cooled Fast Reactor. Annals of Nuclear Energy 119, 440-453. https://doi.org/10.1016/j.anucene.2017.12.030
- Pérez Valseca A.D. (2021). Simulación Multi-física y Multi-escala de un Reactor Nuclear enfriado con Metales Líquidos. Tesis doctoral, Posgrado en Energía y Medio Ambiente. Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa, CDMX, México.

- Pérez-Valseca A. D., Espinosa-Paredes G., Aguilar-Madera C. G., Herrera-Hernández E. C., Gómez-Torres A. M. (2022). Upscaling and downscaling the heat transfer process coupled with neutronic reflected core for sodium-cooled fast nuclear reactor. International Journal of Heat and Mass Transfer 189, 122713. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.122713
- Prieto-Guerrero A., G. Espinosa-Paredes G. (2019). Linear and Non-linear Stability Analysis in Boiling Water Reactors: The design of real-time stability monitors. WP Elsevier, Reino Unido. https://doi.org/10.1016/B978-0-08-102445-4.00002-3
- Waltar A.E., Todd D.R., Tsvetkov P.V. (2014). Fast Spectrum Reactors. Springer, New York, 2014.
- Zuber N., Findlay J. A. (1965). Average volumetric concentration in two-phase flow systems. J. Heat Transfer 87, 453-468. https://doi.org/10.1115/1.3689137

ACRÓNIMOS

ABWR	Advanced Boiling Water Reactor
BWR	Boiling Water Reactor
CFE	Comisión Federal de Electricidad
CNLV	Central Nuclear de Laguna Verde
CNSNS	Comisión Nacional de Seguridad Nuclear y Salvaguardas
CONAHCyT	Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnología
GFR	Gas-cooled Fast Reactor
IIE	Instituto de Investigaciones Eléctricas
INEEL	Instituto Nacional de Electricidad y Energías Limpias
ININ	Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares
IPN	Instituto Politécnico Nacional
LFR	Lead-cooled Fast Reactor
LMFR	Liquid Metal – cooled Fast Reactor
MSR	Molten Salt Reactor
NEA	Nuclear Energy Agency
OCDE	Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos
OIEA	Organismo Internacional de Energía Atómica
REMECIN	Red Mexicana de Educación, Capacitación e Investigación Nuclear
SCWR	Super Critical Water-cooled Reactor
SFR	Sodium-cooled Fast Reactor
SMR	Small Modular Reactor
TRISO	Tri-Structural Isotropic
UAM	Universidad Autónoma Metropolitana
UAZ	Universidad Autónoma de Zacatecas
UNAM	Universidad Nacional Autónoma de México
VHTR	Very High Temperature Reactor

NOMENCLATURA

Símbolos latinos

7 7 7 1 1

B Buckling o pandeo geométrico [1/m]

 C_{i}^{g} C_{p} Concentración de precursores de neutrones retardados [-]

calor específico a presión constante []/kgK]

d diámetro de barra de combustible [m]

D coeficiente de difusión [cm]

 D_{h} diámetro equivalente [m]

Ĝ flux másico $[kg/m^2s]$

b coeficiente de transferencia de calor $[W/m^2K]$

 H_{eff} longitud extrapolada del núcleo [m]

velocidad superficial [m/s] i

vector corriente de neutrones [neutrones cm²] J

k conductividad térmica [W/mK]

 K_{∞} factor de multiplicación infinito [-]

 $K_{\rm eff}$ factor de multiplicación efectivo [-]

l tiempo de difusión del neutrón [s]

L longitud de difusión [cm] / Longitud de canal [m]

 l_{p} longitud de pitch de barra [m]

masa [kg] т

vector normal [-] n

densidad neutrónica instantánea [1/cm³] п

Nu número de Nusselt [-]

densidad neutrónica local e instantánea [1/cm³] N

presión [Pa] Þ

- Ppotencia [W]
- P_{k} perímetro calentado [m]
- Р potencia térmica instantánea del reactor [W]
- P_{NL} probabilidad de no escape [-]
- Pr número de Prandtl [-]
- q''' fuente de calor $[W/m^3]$
- radio [m] r
- vector de posición [-] r
- número de Reynolds [-] Re
- $R_{_{e\!f\!f}}$ radio extrapolado del núcleo [m]
- S fuente de neutrones [-]
- t tiempo [s]
- Т temperatura [K]
- velocidad del neutrón [cm/s] U_n
- vector de velocidad [m/s]V
- Vvolumen [m³]
- V_{μ} volumen del combustible [m³]
- velocidad interfacial [m/s] w
- flujo másico [kg/s] w
- energía por evento de fisión [MeV] \mathcal{W}_{f}

Símbolos griegos

- coeficiente de reactividad [pcm/K] α
- fracción de neutrones diferidos [-] β
- Г generación de masa [kg/m³s]
- fracción de vacíos [-] \mathcal{E}_{v}
- constante de decaimiento [1/s] λ
- tiempo medio de generación de neutrones [s] Λ
- neutrones emitidos por fisión [-] ν
- densidad [k/gm³] / reactividad [pcm] ρ
- $\Sigma_a \\ \Sigma_f \\ \Sigma_{tr}$ sección eficaz macroscópica de absorción [1/cm]
- sección eficaz macroscópica de fisión [1/cm]
- sección eficaz de transporte [1/cm]
- φ flujo neutrónico [-]
- distribución de potencia espacial [-] Ψ

Sub/super-índices

- c encamisado
- CR barras de control
- D Doppler
- e entrada
- E expansión
- ef equivalente a la pseudoregión
- f combustible
- g holgura o gap
- ℓ líquido
- M moderador
- r refrigerante
- TC transferencia de calor
- *v* vapor / fracción vacío
- 0 inicial

AUTORES



GILBERTO ESPINOSA-PAREDES (Cd. de México, 1961) estudió el doctorado en la Universidad Autónoma Metropolitana. En 1998 publicó sus primeros 3 artículos científicos en I. J. for Numerical Methods in Fluids, Computers & Geosciences, y Transport in Porous Media. Desde entonces ha publicado 225 en más de 30 revistas científicas, entre ellas Annals of Nuclear Energy, Progress in Nuclear Energy, Nuclear Engineering and Design, Nuclear Science and Engineering, Applied Mathemati-

cal Modelling, Computer Physics and Communications, Physica A, I. J. of Hydrogen Energy, J. of Chemical Physics, Chaos, Solitons and Fractals. Obtuvo el premio Best Paper Award en International Meeting on Nuclear Thermal Hydraulics Operation and Safety por Towards a Stability Monitor in Laguna Verde Nuclear Power Plant Based on the Empirical Mode Decomposition (2014). En 2012 como Editor Invitado publicó el número especial Severe Accident Analysis in Nuclear Power Plants en Science and Technology of Nuclear Installations. Editor invitado de Nuclear Engineering and Design (2023 y 2024). Editor en Jefe de Research Journal y International Journal of Nuclear Safety Security. Es editor asociado en diferentes revistas científicas. Ha publicado los libros Física de Reactores Nucleares (OmniaScience, 2016), Aplicaciones de Programación no Lineal (OmniaScience, 2016), Linear and Non-linear Stability Analysis in Boiling Water Reactors (Elsevier, 2019), Fractional-Order Models for Nuclear Reactor Analysis (Elsevier, 2021), Termodinámica con Enfoque a la Ingeniería en Energía (³Ciencias, 2021), Exergía en Sistemas Energéticos (OmniaScience, 2023), entre otros. En formación de recursos humanos, ha dirigido 30 tesis de posgrado. Desde el 2015 es investigador Nacional Nivel 3 del Sistema Nacional de Investigadores del Consejo Nacional de Humanidades Ciencias y Tecnologías. Miembro de la Academia de Ingeniería de México, Academia Mexicana de Ciencias, y Sociedad Nuclear Mexicana.



Alejandría Denisse Pérez Valseca (Chihuahua, Chihuahua, 1986) Ingeniera en Energía por la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa. Maestra en Ciencias (Energía y Medio Ambiente) en la línea de energía nuclear. Doctora en Ciencias egresada del posgrado en Energía y Medio Ambiente, en donde desarrolló modelos de análisis multifísicos y multiescala para reactores nucleares rápidos enfriados con metales líquidos, ambos grados en la UAM-I. Realizó una in-

vestigación Postdoctoral en el Departamento de Ingeniería Nuclear del Royal Institute of Technology (KTH) en Suecia. Su trabajo se centra en el análisis multifísico y multiescala de los reactores nucleares de Generación IV y SMR. Ha colaborado en proyectos nacionales e internacionales enfocados en el diseño, modelado y análisis de Reactores Nucleares. Actualmente, se desarrolla como Profesora Visitante en el Área de Ingeniería en Recursos Energéticos de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa. Participa como miembro activo de la Sociedad Nuclear Mexicana, WiN global y WiN Innovation.

El propósito de esta obra es presentar, de forma conceptual, tres disciplinas fundamentales para comprender el comportamiento de los reactores nucleares de potencia mediante el modelado matemático aplicado a la simulación numérica.

Estas tres disciplinas son:

La física de reactores nucleares, que permite entender los procesos neutrónicos.

La termohidráulica, enfocada en la ciencia de los termofluidos.

La transferencia de calor en el combustible nuclear, un aspecto que requiere un enfoque simultáneo e interdisciplinario.

Este libro está dirigido a estudiantes de pregrado, posgrado e investigadores interesados en comprender el comportamiento integrado de los reactores nucleares de potencia a través del modelado matemático. Incluye esquemas para entender los fenómenos inherentes de retroalimentación, utilizando modelos de orden reducido basados en ecuaciones diferenciales ordinarias, así como modelos más complejos que dependen de la posición y se describen mediante ecuaciones diferenciales parciales, o incluso una combinación de ambas aproximaciones.

La obra está diseñada para ser accesible a cualquier persona con una sólida formación universitaria en física de reactores, fenómenos de transporte, termodinámica y programación. Un estudiante puede, de manera independiente, entender este libro y adquirir las herramientas necesarias para abordar la literatura actual y realizar investigaciones rigurosas.

El modelado matemático presentado en este libro permite analizar reactores con tecnologías de Generación III+ y anteriores, así como las tecnologías emergentes de Generación IV, orientadas al diseño y análisis de reactores nucleares pequeños y microreactores.



